

AFSTUDEERWERK

Frederieke van Stormbroek

S271311 (Wiskunde)

EZELSBRUGGETJES en GEHEUGENSTEUNTJES

in het (wiskunde)onderwijs

Frederieke van Stormbroek

Apeldoorn, juni 2014

Opleiding : Windesheim

Begeleider : Monique van Rijkom

INHOUDSOPGAVE

Inleiding	1
Deel 1 (literatuuronderzoek)	4
1. Het geheugen	5
1.1 De werking van het geheugen	5
1.2 Geheugen in het onderwijs	6
1.3 Geheugensoorten	7
1.4 Onthouden	8
2. Memoriseren	11
2.1 bla bla	11
2.2 bla bla	12
2.3 bla bla	13
3. Mnemonische technieken	14
3.1 Inleiding	14
3.2 Acroniemen	15
3.3 Zinnen	16
3.4 Versjes en liedjes	17
3.5 Kettingverhaalsysteem	18
3.6 Andere mnemonische technieken	19
4. Meervoudige intelligenties	20
4.1 Gescheiden intelligenties en geheugens	20
4.2 Meervoudige intelligenties in het onderwijs	22
Deel 2 (de praktijk)	25
5. Ezelsbruggetjes en geheugensteuntjes in de praktijk	26

5.1	Inleiding	26
5.2	Oppervlakte driehoek	26
5.3	Assenstelsel	29
5.4	Sinus, cosinus en tangens	32
5.5	De cirkel	37
5.6	Eenheden	39
5.7	Evenwijdige lijnen	42
5.8	Rekenen	43
5.9	Algebra	46
5.10	Formules en vergelijkingen	47
5.11	Procedures	51
Conclusies		53
Literatuurlijst		55
Bijlagen		56
1.	Formulekaartjes	57
2.	Een halve bh	70
3.	Materiaalactiviteit rechthoekige driehoek	73
4.	Bronnen dia's	79

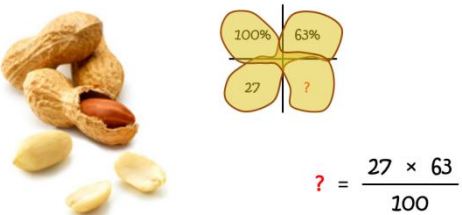
INLEIDING

Mijn afstudeerwerk gaat (zoals de titel al zegt) over ezelsbruggetjes en geheugensteuntjes.

Aanleiding

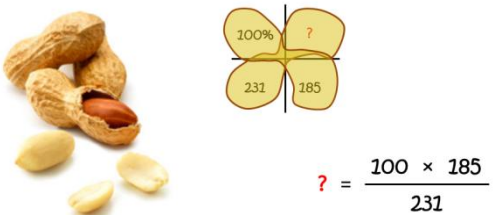
De belangrijkste aanleiding om me in dit onderwerp te verdiepen is 'pinda-pinda'. Een oud-collega

pinda – pinda



$? = \frac{27 \times 63}{100}$

pinda – pinda



$? = \frac{100 \times 185}{231}$

het algoritme 'pinda-pinda'

van mij gebruikte deze gekke uitdrukking voor kruislings vermenigvuldigen. Jarenlang koos ik ervoor om de leerlingen geen trucje te leren. Het kruislings vermenigvuldigen is heel handig, maar leerlingen hebben meestal geen idee waar ze mee bezig zijn. Ik was (en ben) voorstander van de gewone verhoudingstabel. 'Waarmee je boven vermenigvuldigt, moet je onder ook vermenigvuldigen.' Of 'waarmee je links vermenigvuldigt, moet je rechts ook vermenigvuldigen'. Maar het afgelopen schooljaar zaten in de tweede klas leerlingen die ontzettend veel moeite hadden met procentenopgaven. Ik besloot hen het algoritme 'pinda-pinda' te leren. Het effect was geweldig. Hoewel er nog steeds geen inzicht was, konden de leerlingen nu toch een aantal procentenopgaven goed oplossen. De leerlingen hadden eindelijk succeservaringen en waren veel gemotiveerder voor de lessen. Hierdoor ben ik tot de conclusie gekomen dat het aanleren van 'pinda-pinda' toch heel zinvol kan zijn. Het gaat tijdens de wiskundelessen niet alleen maar om inzicht, maar ook om 'plezier in wiskunde'. Succeservaringen zijn belangrijk en daarom zal ik 'pinda-pinda' in de toekomst vaker inzetten. "Niets stimuleert het streven naar succes zo sterk als het ervaren van succes" (Ebbens & Ettekoven, 2009, p. 29).

De ervaring met 'pinda-pinda' maakte mij nieuwsgierig naar andere ezelsbruggetjes en geheugensteuntjes in het wiskundeonderwijs. Ik kreeg behoefte aan een database met een verzameling van ideeën en daarom besloot ik mijn afstudeerwerk aan dit onderwerp te wijden.

Doel en doelgroep

Het doel van dit afstudeerwerk is onder te verdelen in een hoofddoel en twee subdoelen. Het hoofddoel is dat ik na afloop een database tot mijn beschikking heb, waar ik in de toekomst uit kan

putten. De dia's moeten direct inzetbaar zijn, zowel klassikaal (met digibord of beamer) als individueel (op A4-formaat). De subdoelen hebben met het verslag te maken. Ten eerste weet ik na afloop hoe het geheugen werkt. In deel één beschrijf ik wat het literatuuronderzoek heeft opgebracht. Ik probeer daarin zo duidelijk mogelijk uit te leggen hoe het geheugen werkt. Het tweede subdoel is dat ik bij verschillende ezelsbruggetjes of geheugensteuntjes kan uitleggen waarom ze wel of juist niet werken. Deel twee van het verslag gaat daarover.

In overleg met mijn begeleider Monique van Rijkom heb ik besloten me te richten op vmbo-onderwerpen. De doelgroep voor dit afstudeerwerk bestaat dus vooral uit wiskundedocenten die lesgeven in het vmbo. Maar omdat het eerste deel van het verslag algemene informatie over het geheugen bevat, hebben ook andere docenten er baat bij.

Opbouw verslag

Zoals ik hierboven ook al vertelde, bestaat het verslag uit twee delen. Het eerste deel (literatuuronderzoek) bestaat uit vier hoofdstukken. Hoofdstuk 1 gaat over het geheugen. In hoofdstuk 2 vertel ik iets over de leervorm 'memoriseren'. In hoofdstuk 3 bespreek ik verschillende mnemonische technieken. Dat zijn methoden om informatie te rangschikken op een manier dat die makkelijk te onthouden is. Ten slotte richt ik me in hoofdstuk 4 op de meervoudige intelligenties.

Het tweede deel van het verslag (de praktijk) bestaat uit slechts één hoofdstuk (hoofdstuk 5), maar is opgedeeld in elf paragrafen. In die paragrafen behandel ik verschillende soorten ezelsbruggetjes en geheugensteuntjes uit het eindproduct. Zo gaat er bijvoorbeeld een paragraaf over 'de cirkel' en een paragraaf over 'eenheden'. Ik probeer steeds zo goed mogelijk uit te leggen waarom een ezelsbruggetje of geheugensteuntje werkt.

Dankwoord

Allereerst wil ik Monique van Rijkom bedanken voor haar begeleiding dit afgelopen half jaar. Het was ontzettend fijn dat ze altijd zo snel en enthousiast reageerde op mijn e-mails. Ze heeft me erg goed geholpen. Ik ben blij dat zij mijn begeleider was.

BETEKENIS EZELSRUGGETJE

Een ezelsbruggetje is een techniek om iets makkelijker te herinneren. Het is niet duidelijk waar de naam 'ezelsbruggetje' vandaan komt, maar het zou te maken kunnen hebben met het feit dat een ezel maar een klein randje nodig heeft om op de plek van bestemming te komen. Een plank over een sloot is al genoeg ("Ezelsbruggetje," 2014).



Verder wil ik alle docenten bedanken die me hebben geholpen bij het uitbreiden van de database: Maarten de Beer, Timo Raben, Pieter de Ruiter, Chung Han, Rob van Stormbroek, Ronald Wilms, Samira Tchecour, Annemarie Dercksen, Birgit Billows, Joep Roozen en natuurlijk Monique van Rijkom. In bijlage 4 staat per dia aangegeven via wie het idee bij mij is gekomen.

DEEL 1

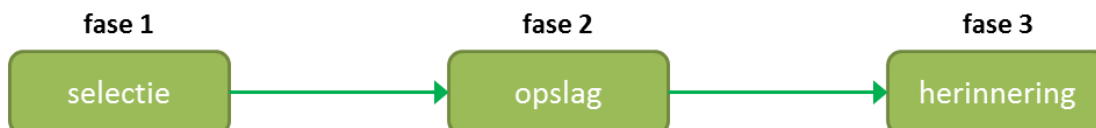
LITERATUURONDERZOEK

1. HET GEHEUGEN

Dit eerste hoofdstuk van het afstudeerwerk gaat over het geheugen. Paragraaf 1.2 geeft een algemene uitleg over de werking van het geheugen en paragraaf 1.2 maakt een toespitsing op het geheugen van leerlingen. Het geheugen van mensen is onder te verdelen in vijf subsystemen. Deze systemen worden besproken in paragraaf 1.3. Ten slotte staat in paragraaf 1.4 wat mensen kunnen doen om hun geheugen te verbeteren.

1.1 DE WERKING VAN HET GEHEUGEN

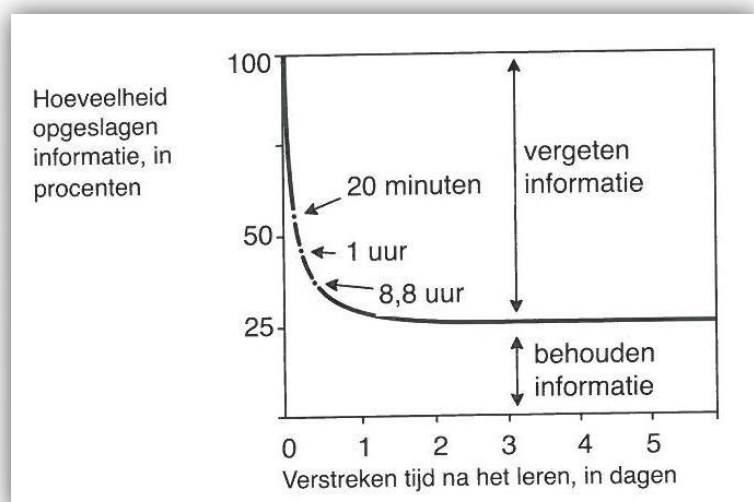
Volgens Carter (2007) is de werking van het geheugen onder te verdelen in drie fasen. In de eerste fase selecteren de hersenen gebeurtenissen en feiten die misschien worden opgeslagen in het geheugen. In de tweede fase wordt een deel van die geselecteerde ervaringen opgeslagen. In de laatste fase wordt een opgeslagen gebeurtenis of feit herinnerd.



Als een van de fasen niet goed verloopt, kan een herinnering ontoegankelijk worden.

Het geheugen bestaat uit het kortetermijn- en het langetermijngeheugen. Het kortetermijngeheugen wordt ook wel werkgeheugen genoemd. Het houdt informatie bij de hand tot die niet meer nodig is. Alle herinneringen worden eerst in het werkgeheugen opgeslagen en sommige daarvan komen terecht in het langetermijngeheugen. Een telefoonnummer dat maar een keer gebruikt wordt, is na enkele minuten weer vergeten. Een nummer dat echter vaak nodig is, zoals een pincode, wordt opgeslagen in het langetermijngeheugen. Het proces dat ervoor zorgt dat informatie vanuit het werkgeheugen naar het langetermijngeheugen verschuift, heet langetermijnpotentiatie.

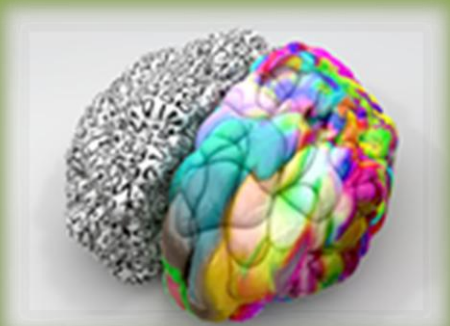
De Duitse psycholoog Hermann Ebbinghaus heeft een 'vergeetcurve' ontworpen. Deze curve heeft betrekking op het uit het hoofd leren van informatie. Aan die curve is te zien dat een groot deel van de geleerde informatie (ruim 50%) na een uur is vergeten. Na twee dagen is nog ongeveer 25% van de informatie opgeslagen.



De hippocampus (een deel van de hersenen) speelt een belangrijke rol bij langetermijnpotentiatie en bij het ophalen van herinneringen. Carter vergelijkt de werking van de hippocampus met eenrichtingsverkeer. Het verkeer bestaat uit ervaringen. Veel ervaringen vervagen onderweg, maar de krachtigste informatie haalt de andere kant en wordt vervolgens teruggespeeld naar de delen van de hersenen die deze informatie voor het eerst hebben geregistreerd.

TWEE HERSENHELFTEN

De hersenen bestaan uit twee helften. De rechterhelft is verantwoordelijk voor ritme, verbeelding, kleur, dimensie, ruimtelijk inzicht en synthese. De linkerhelft is verantwoordelijk voor logica, woorden, lijsten, nummers, volgorde, lijnen en analyse. Om efficiënt te zijn, moeten de twee hersenhelften samenwerken (Buzan, 2009).

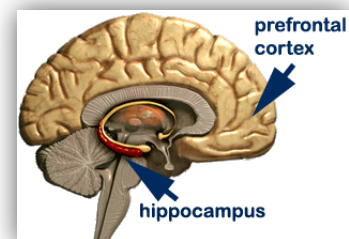


Prikkels, ervaringen die erg sterk zijn, maken de reis meerdere keren en zorgen voor permanente veranderingen. Dit proces (het opslaan van een herinnering) duurt waarschijnlijk ongeveer twee jaar.

Herinneringen worden niet allemaal op dezelfde plaats opgeslagen. Ze bevinden zich verspreid over de hersenen. Het opslagsysteem lijkt op een spinnenweb. Elk gedeelte van de hersenen is gespecialiseerd in een bepaalde taak en elk element van een herinnering – visuele waarnemingen, geluiden, woorden, emoties – is gecodeerd in die delen van de hersenen waar ze oorspronkelijk zijn gecreëerd. Een gedeelte van een herinnering wordt geassocieerd met andere dingen uit het web. Nieuwe gebeurtenissen worden geïntegreerd in oude, waardoor de ene ervaring gekoppeld wordt aan de andere. Als de

opslag niet op deze manier zou gebeuren, zouden er miljarden gefragmenteerde herinneringen zijn, die losstaan van elkaar.

De prefrontale cortex (ook een deel van de hersenen) geeft mensen het vermogen een 'jij' te creëren die zich niet in het 'hier en nu' bevindt. Het combineert de huidige gewaarwordingen met herinneringen uit het verleden. Daardoor krijgen mensen inzicht en kunnen ze besluiten nemen.



1.2 GEHEUGEN IN HET ONDERWIJS

In het geheugen van leerlingen blijven sporen achter van wat ze tijdens een les leren. Deze geheugensporen zijn onderling op allerlei manieren met elkaar verbonden en vormen een sporengeheel. Het geheugen bestaat uit veel los van elkaar staande sporengehelen, ook wel sporensystemen genoemd. Deze systemen vertonen een wisselende activiteit. Sporen in een actief systeem komen makkelijk en vaak in werking. Sporen in een weinig actief systeem zijn moeilijk

tevoorschijn te halen. Het is daarom belangrijk dat een docent aan het begin van de les de voorkennis van de leerlingen activeert.

Als geheugensporen moeizaam in werking komen – omdat het systeem waarin ze zich bevinden weinig actief is – is er sprake van systeemscheiding. Een docent kan de systeemscheiding opheffen door leerlingen te helpen bij het herinneren: ‘denk aan het ezelsbruggetje dat jullie hebben geleerd’ of ‘denk aan wat jullie bij die les, bij dat onderwerp hebben gehad’.

1.3 GEHEUGENSOORTEN

Het geheugen is onder te verdelen in subsystemen: het episodisch-, het semantisch-, het werk-, het procedureel- en het impliciet geheugen.

episodisch geheugen	semantisch geheugen	werk- geheugen	procedureel geheugen	impliciet geheugen
opnieuw getoonde ervaringen (bewust)	ophalen van feiten (bewust)	informatie wordt vastgehouden totdat bekend is wat ermee moet gebeuren	herinneren van handelingen (onbewust)	herinneren van niet bewuste belevingen (onbewust)

declaratief
geheugen

Voor mijn afstudeerwerk lijkt vooral het semantisch geheugen belangrijk, aangezien dat betrekking heeft op feitenkennis. Het semantisch geheugen en het episodisch geheugen zijn echter zeer nauw met elkaar verbonden. Semantische herinneringen hebben alles te maken met feiten die onttrokken en opgeslagen worden uit een stroom ervaringen. Het semantisch geheugen vormt de kern die overblijft zodra de context waarin de kennis eigen is gemaakt (episodisch geheugen) wegwijnt. Het verschil met episodische herinneringen is dat semantische herinneringen meestal geen bewuste emoties of zintuiglijke gewaarwordingen opwekken. Ze houden langer stand, omdat ze veel worden herhaald.

Het werkgeheugen is vooral van belang bij routinehandelingen. Carter noemt als voorbeeld ‘een kopje koffie zetten’. De herinneringen aan wat er op elk niveau moet gebeuren en hoe gehandeld moet worden, blijven stand-by tot de handeling klaar is. Het plan wordt door het werkgeheugen in gedachten gehouden en roept de hulp in van de rest van de hersenen om aan informatie te komen die nodig is om de taak uit te voeren.

Carter vergelijkt (een deel van) het werkgeheugen met ‘kladblokken’. Die kladblokken kunnen waarschijnlijk vijf tot zeven onderwerpen vasthouden. Al zijn er ook experimenten waaruit blijkt dat

er twee of drie onderwerpen vastgehouden kunnen worden. Men denkt dat deze kortetermijncapaciteit gerelateerd is aan het intelligentieniveau. Mensen die beter in staat zijn beelden vast te houden, zijn ook vaardiger in het oplossen van problemen.

Het werkgeheugen kan ongeveer 30 seconden begrippen en ideeën vasthouden. Betekenisvolle informatie wordt naar de hippocampus verstuurd om verwerkt te worden tot langetermijnherinneringen. Saaie dingen, zoals een willekeurige reeks getallen, vervagen binnen 30 seconden. Om deze saaie dingen toch te onthouden moeten ze bewust worden herhaald. Ook geheugensteuntjes helpen om informatie te herinneren.

In het procedureel geheugen verlopen de herinneringen onbewust. Carter noemt de kennis uit dit geheugen: 'hoe-moet-dat'-kennis. Door deze kennis zijn mensen in staat lichamelijke bewegingen te maken die ze vroeger hebben geleerd. Routinehandelingen worden op de automatische piloot gedaan. Het denkende gedeelte van de hersenen hoeft daar niet aan te pas te komen. Dat gedeelte kan zich dus bezig houden met het oplossen van problemen.

Impliciete herinneringen beïnvloeden je gevoelens en gedrag. Het zijn bijvoorbeeld fragmenten van een vergeten ervaring uit het verleden, contextuele herinneringen van gebeurtenissen. Deze herinneringen zijn soms losgekoppeld van het voorval waarmee ze oorspronkelijk werden geassocieerd. Maar als een gedeelte van de herinnering wordt opgehaald, kan het zijn dat de rest ook aan de oppervlakte komt. Dat kan storend zijn (als het om een vervelende gebeurtenis gaat), maar bij het ophalen van een studieherinnering kan het juist ook heel nuttig zijn.

EIGEN ERVARING

Toen ik klein was, lustte ik enkele jaren geen pannenkoeken. Dat kwam omdat ik een keer ziek was geworden na het pannenkoeken eten. Waarschijnlijk gewoon een buikgriepje, maar ik associeerde het misselijke gevoel met de pannenkoeken. Zodra ik aan eraan dacht, werd ik al misselijk. Mijn hersenen hadden een onbewuste koppeling gemaakt tussen de misselijkheid en de pannenkoeken.

1.4 ONTHOUDEN

Allereerst is 'aandacht' belangrijk voor het opslaan van herinneringen. Aandacht versterkt de fysieke veranderingen die ervoor zorgen dat er geheugensporen ontstaan. Niet voor iedereen is het even gemakkelijk om aandachtig te zijn. Voor mensen met ADHD (Attention Deficit Hyperactivity Disorder) is het moeilijk de aandacht gericht te houden. Zij hebben dus moeite met het onthouden van dingen. En mensen met een depressie lukt het vaak niet belangstelling voor iets te tonen. Zonder belangstelling is het zeer moeilijk de aandacht erbij te houden. En zonder gerichte aandacht ervaren mensen weinig wat krachtig genoeg is om in het geheugen te worden opgeslagen.

Verder is 'training' belangrijk. Hersenweefsel lijkt op spierweefsel. Hoe meer het gebruikt wordt, hoe gezonder het blijft. Training laat de hersenen groeien.

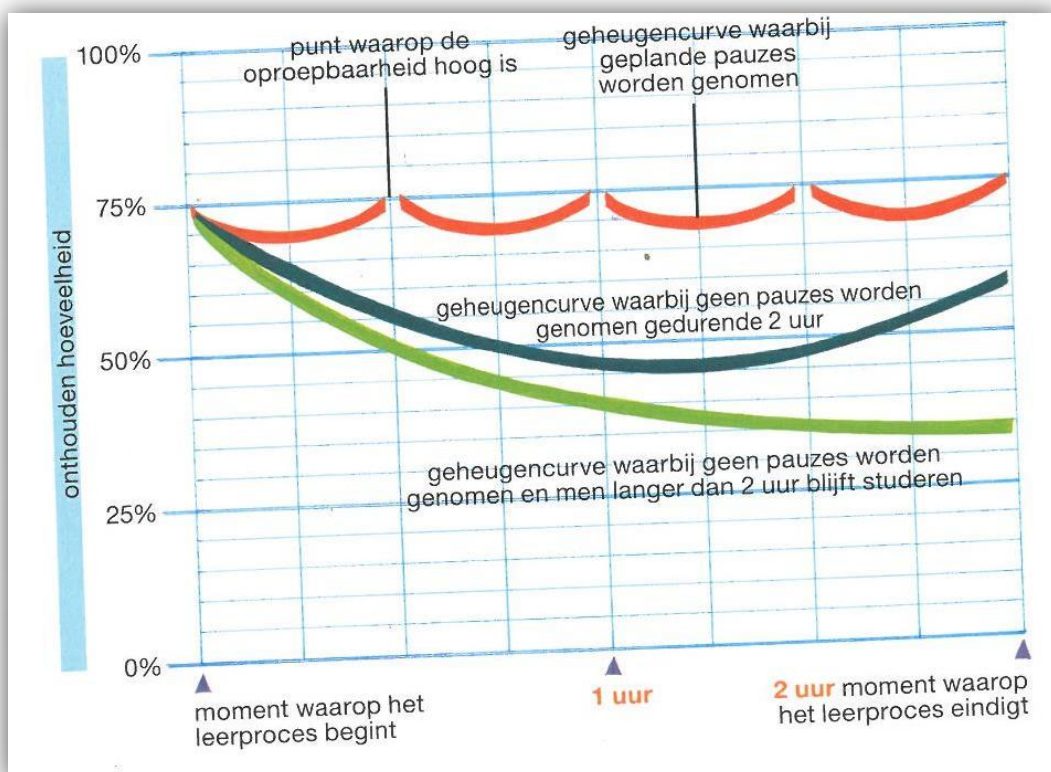
EIGEN ERVARING

In de puberteit sloeg ik regelmatig een nacht over. Na ongeveer 24 uur merkte ik heel duidelijk dat ik me anders ging voelen. Ik nam mijn omgeving anders waar. Het leek alsof ik droomde, terwijl ik wakker was. Ik begon licht te hallucineren. (Ik hoorde en zag dingen die er niet waren.) 's Nachts was ik natuurlijk niet nuchter geweest. Wellicht hadden de veranderingen in bewustzijn daar ook iets mee te maken, toch is het voor mij duidelijk dat slapen erg belangrijk is. Ik weet niet meer wat er met mijn geheugen gebeurde na zo'n nacht, maar ik kan me voorstellen dat chronisch slaapgebrek het geheugen schaadt.

Ook een goede nachtrust zorgt voor een beter geheugen. Chronisch slaapgebrek kan het geheugen ernstig schaden, omdat een groot gedeelte van de verwerking van gebeurtenissen tijdens het slapen gebeurt.

Tevens is 'herhaling' van belang voor het onthouden van dingen. Carter noemt herhaling de sleutel van het geheugen. Door herhaling kan een kortetermijnherinnering omgezet worden in een langetermijnherinnering. Gemiddeld moet het geleerde op zijn minst vijf keer herhaald worden, voordat de informatie permanent wordt opgeslagen in het langetermijngeheugen.

Voor het eigen maken van een nieuwe vaardigheid of het verwerken van veel informatie is het beter om vaak kleine beetjes te leren, dan alles tegelijk in het geheugen te stampen. De hersenen hebben namelijk tijd nodig om informatie op te nemen. Volgens Buzan wijst onderzoek uit dat eerste en laatste indrukken belangrijk zijn voor de hersenen. Mensen onthouden de eerste informatie en de laatste informatie gemakkelijker dan de informatie in het midden. Ook daarom is het belangrijk om regelmatig korte pauzes te nemen. De volgende figuur laat voor drie verschillende situaties zien hoeveel informatie wordt onthouden.



Ten slotte helpen geheugensteuntjes het geheugen te verbeteren. Er bestaan interne en externe geheugensteuntjes. Onder de externe vallen bijvoorbeeld notities, een agenda, een dagboek en een adressenbestand. Dit afstudeerwerk gaat over de interne geheugensteuntjes. Hiervoor gebruiken mensen 'mnemonische technieken'. Dat zijn methoden om nieuwe informatie te rangschikken. Gegevens worden daardoor beter oproepbaar. Hoofdstuk 3 gaat dieper in op verschillende mnemonische technieken. Maar eerst wordt in het volgende hoofdstuk iets verteld over de leervorm 'memoriseren'.

2. MEMORISEREN

In dit hoofdstuk wordt de leervorm ‘memoriseren’ besproken. In paragraaf 2.1 staan de zes vormen van leren volgens Parreren. Een van die vormen is ‘memoriseren’. Tevens wordt in deze paragraaf beschreven waarom memoriseren belangrijk is. In paragraaf 2.2 staat vervolgens hoe een docent de te memoriseren leerstof het beste kan aanbieden. Het hoofdstuk eindigt met paragraaf 2.3 waarin het begrip ‘verbalisme’ wordt toegelicht.

2.1 ZES VORMEN VAN LEREN

Van Parreren (1990) beschrijft in zijn boek *Leren op school* zes vormen van leren. Dit afstudeerwerk gaat vooral over de derde vorm: het memoriseren (of uit het hoofd leren).

Soort	Toelichting
1. Inzichtbevorderend leren	Het leren oplossen van problemen die anders zijn dan de standaard problemen
2. Verwerven van feitenkennis	Het leren van feiten en hun onderlinge verbanden
3. Memoriseren	Het uit het hoofd leren van bijvoorbeeld formules
4. Vorming van automatismen	Het leren uitvoeren van lichaamsbewegingen en reacties
5. Leren leren	Het verwerven van leerstrategieën en van een goede aanpak van leertaken
6. Leren tijdens spontane activiteit	Onbewust leren (incidenteel leren)

Het verschil met het verwerven van feitenkennis is dat de nadruk niet ligt op het leren van feiten en hun onderlinge verbanden, maar op het uit het hoofd leren van woorden, getallen, letters, zinnen en formules. Het uit het hoofd leren van algoritmen zoals ‘pinda-pinda’ (zie inleiding) valt niet onder memoriseren, maar onder inzichtbevorderend leren.

Memoriseren is belangrijk omdat begrippen en regels worden gebruikt bij het oplossen van nieuwe opgaven. Leerlingen moeten vraagstukken kunnen terugbrengen tot bekende standaardopgaven. Van Parreren ziet deze begrippen en regels als het gereedschap van degene die het probleem oplost.

← → ↻ www.fi.uu.nl/wiki/index.php/Memoriseren

[pagina](#) [overleg](#) [brontekst bekijken](#) [geschiedenis](#) [Aanmelden](#)

Memoriseren

Home All A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V
W X Y Z [Categorieën](#) [Vragen](#) [Google-zoek](#)
[Pagina toevoegen](#) [English](#) [intern](#)

Algemeen

Memoriseren is het uit het hoofd leren (inprenten) en kunnen reproduceren van weetskennis, zoals bij optellingen tot twintig of de tafels van vermenigvuldiging. Memoriseren en automatiseren liggen dicht bij elkaar. Een leerling heeft de keersom 7×8 gememoriseerd als deze direct (zonder het uit te rekenen) zegt dat het antwoord 56 is. Deze leerling zou de keersom 7×8 geautomatiseerd hebben, wanneer hij nog snel enkele denkstappen uitvoert (bijvoorbeeld: $7 \times 8 = 8 \times 8 - 8 = 64 - 8 = 56$) en het antwoord niet direct, maar na enkele seconden noemt. Een ander voorbeeld is het uit het hoofd weten van grote aantallen telefoonnummers. Daarbij is altijd sprake van memoriseren, omdat er geen strategie bestaat om deze nummers te onthouden.

("memoriseren," (z.j))

2.2 HET AANBIEDEN VAN TE MEMORISEREN LEERSTOF

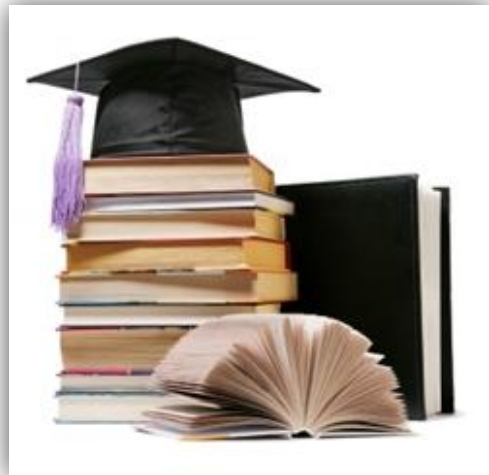
Bij memoriseren gaat het om precieze, 'letterlijke' reproductie. (Als leerlingen in staat zijn een met inzicht verworven regel te onthouden, dan is memoriseren niet noodzakelijk.) Memoriseren wordt makkelijker door een zinvolle structuur aan te brengen in de stof als geheel. In die structuur heeft elk onderdeel zijn natuurlijke plaats. Dat kan bijvoorbeeld door middel van een bepaald ritme of met een ezelsbruggetje (zie het volgende hoofdstuk over mnemonische technieken). Door actief en zinvol te structureren wordt klontering van geheugeninhouden tegengegaan. De eenvormigheid wordt bestreden.

Van Parreren geeft drie tips voor het aanbieden van de te memoriseren leerstof.

1. Niet teveel van dezelfde geheugenstof achter elkaar aanbieden om klontering van geheugeninhouden tegen te gaan.
2. Niet teveel herhalingen van dezelfde geheugenstof op één dag aanbieden. De herhalingen spreiden over meerdere dagen is effectiever.
3. Te onthouden dingen die veel op elkaar lijken niet tegelijk aanbieden, omdat dat verwarrend is voor leerlingen. Het maken van fouten kan bij memoriseren schadelijk zijn, want deze worden ook ingeprent.

2.3 VERBALISME

Het memoriseren van leerstof is een manier van leren die vaak nodig is, maar voor het ontwikkelen van inzicht zijn ook de andere soorten van leren erg belangrijk. Er zijn leerlingen die niet begrijpen wat ze leren. Ze volstaan met het uit het hoofd leren (het memoriseren) van de leerstof. Ze kunnen dingen opzeggen, maar weten niet wat het betekent. Als dat gebeurt, wordt er gesproken van 'verbalisme'. Docenten moeten zich hiervan bewust zijn en verbalisme proberen tegen te gaan.



3. MNEMONISCHE TECHNIEKEN

3.1 INLEIDING

Mnemonische technieken zijn methoden om informatie te rangschikken op een manier dat die makkelijk te onthouden is. Buzan schrijft dat er voor het herinneringsproces twee belangrijke bouwstenen nodig zijn: 'verbeelding' en 'associatie'. Hersenen werken door informatie te verbinden. Associatie betekent het verbinden van informatie aan andere (bekende) informatie. Volgens Buzan is dat de meest efficiënte manier om iets te onthouden. Associatie werkt altijd in combinatie met verbeelding. De capaciteit om te leren wordt groter, hoe meer de verbeelding wordt gestimuleerd. Dat komt omdat dan de beide hersenhelften samenwerken.

Verder zijn er tien principes die van invloed zijn op het functioneren van het geheugen. Deze principes worden allemaal gebruikt in combinatie met verbeelding en associatie:

1. de zintuigen
2. overdrijving
3. ritme en beweging
4. kleur
5. nummers
6. symbolen
7. orde en patronen
8. aantrekkingskracht
9. humor
10. positieve gedachten

GEUR

Het maken van een proefwerk is makkelijker als tijdens het blokken voor het tentamen en tijdens het maken van het tentamen hetzelfde (sterke) parfum wordt gedragen. Het geheugen werkt dan efficiënter. De geur van het parfum wordt namelijk geassocieerd met de leerstof waardoor deze makkelijker oproepbaar is.

Een voorbeeld van een geheugensteuntje waarbij humor een rol speelt is 'pinda-pinda' bedacht door natuurkundeleraar Maarten de Beer (dit geheugensteuntje is eerder genoemd in de inleiding van het afstudeerwerk). 'Pinda-pinda' is een grappige naam voor het algoritme 'kruislings vermenigvuldigen'. Er is een volle pinda en een halfvolle pinda. De onbekende is te berekenen door de getallen in de

volle pinda te vermenigvuldigen en het antwoord vervolgens te delen door het getal in de halfvolle pinda. Door de humoristische naam onthouden leerlingen deze methode goed.

pinda – pinda

$?$ = $\frac{27 \times 63}{100}$

De paragrafen in dit hoofdstuk bespreken verschillende mnemonische technieken die in het wiskundeonderwijs functioneel kunnen zijn. Het hoofdstuk eindigt met een paragraaf over methoden die minder geschikt zijn.

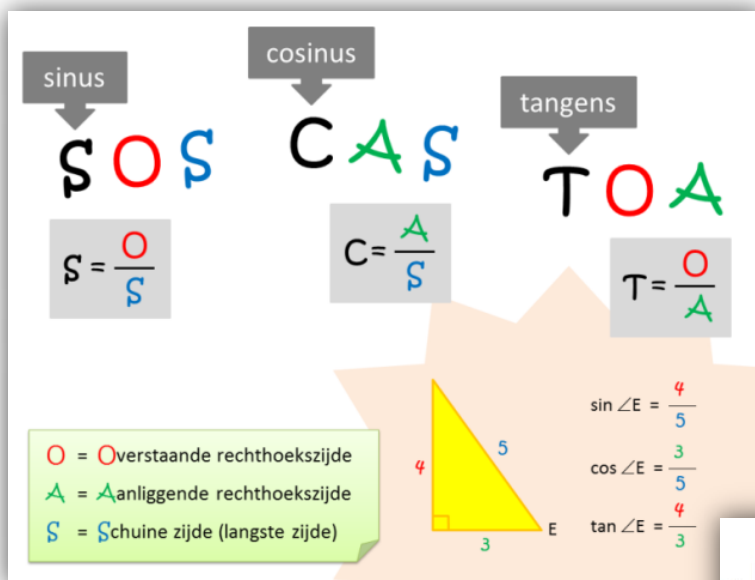
3.2 ACRONIEMEN

Een acroniem wordt gevormd door met de eerste letters van verschillende woorden een nieuw woord te maken. Het is dus een afkorting die wordt uitgesproken als een woord (of woordgroep). In de wiskunde is SOS CAS TOA een bekend voorbeeld. Dit acroniem wordt gebruikt om te onthouden welke zijde door welke zijde gedeeld moet worden bij sinus, cosinus en tangens.

De oppervlakte van een driehoek wordt berekend door een half te vermenigvuldigen met de basis en vervolgens met de hoogte: $\frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte}$. Ook hiervoor is een acroniem bedacht: een halve bh.

Deze geheugentechniek werkt vooral goed voor een kleine hoeveelheid informatie. Een acroniem geeft structuur aan de te onthouden onderdelen. Ook het beeld dat vaak bij een acroniem kan worden gevisualiseerd, vergemakkelijkt het herinneren.

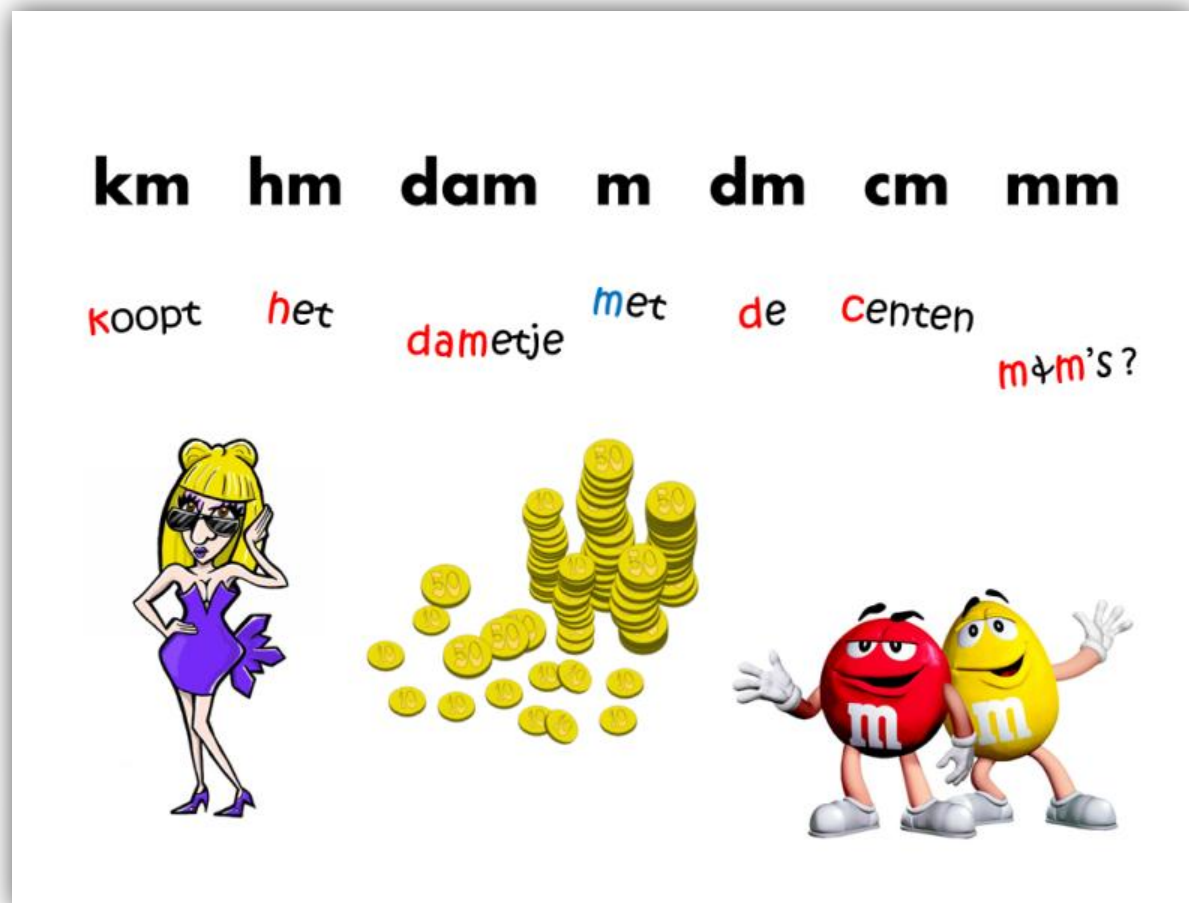
Maar er zijn ook nadelen. Dat iemand de eerste letters met behulp van een acroniem kan onthouden wil niet altijd zeggen dat hij tevens onthoudt waar die letters voor staan. Ook komen er soms twee dezelfde letters voor in een acroniem, bijvoorbeeld in TV-TAS. Dit is een acroniem voor de namen van de Waddeneilanden. Maar staat de eerste T nu voor Texel of Terschelling? Verder ligt de nadruk bij deze techniek op 'inprenting' en niet op begrijpen. Het onthouden van de formule voor de oppervlakte van een driehoek, wil niet zeggen dat die ook toegepast kan worden. Daarvoor is extra oefening nodig.



3.3 ZINNEN

Het is ook mogelijk om met de eerste letters van verschillende woorden een zin of gedicht te maken. Een bekend voorbeeld in het rekenonderwijs is 'hier wacht meneer van Dale op antwoord'. De eerste letters staan voor de volgorde bij berekeningen: haakjes, worteltrekken en machtsverheffen, vermenigvuldigen en delen, optellen en aftrekken. Een variant hierop is 'het mannetje won van de oude aap'. Ook voor het metrieke stelsel is een zin bedacht: kan het dametje met de centimeter meten? De eerste letters staan nu voor km, hm, dam, m, dm, cm en mm. De zin 'koopt het dametje met de centen m&m's' kan ook gebruikt worden.

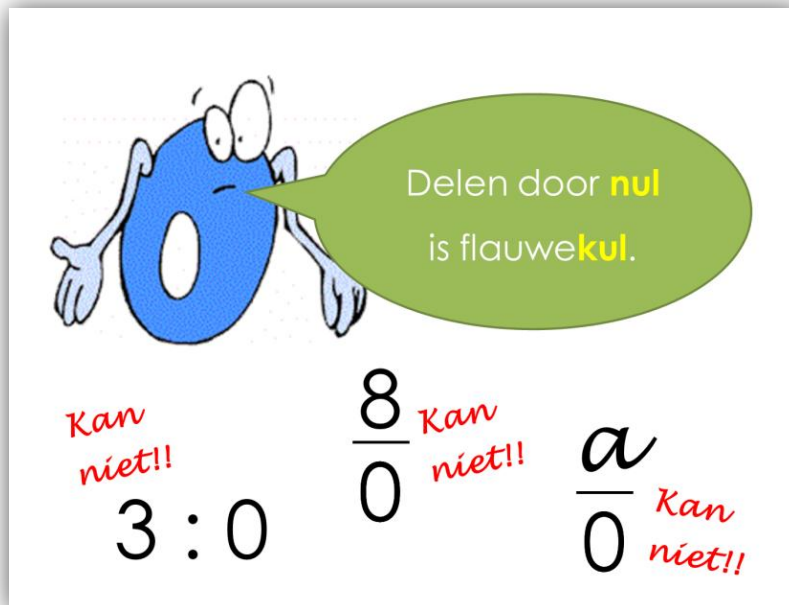
De meeste mensen onthouden een zin met zinsverband makkelijker dan een verzameling losse woorden. Deze techniek is vooral nuttig als de volgorde belangrijk is, zoals bij de lengte-eenheden.



Een voordeel ten opzichte van een acroniem is dat een zin minder beperkend van aard is, maar het kost meestal wel meer moeite om een zin te maken. Net als bij acroniemen ligt bij deze techniek de nadruk op 'inprenting' en niet op begrijpen.

3.4 VERSJES EN LIEDJES

Omdat ritme, herhaling, melodie en rijm worden verwerkt in de rechter hersenhelft, helpen ze bij het herinneren van woorden en regels (die in de linker hersenhelft worden verwerkt). De verspreiding van informatie over de hersenen is effectief voor het herinneringsproces. Versjes en liedjes doen een beroep op het auditief geheugen. Een rijmvoorbeeld dat leerlingen in klas 1 leren is 'delen door nul is flauwekul'.



Verder zijn op Youtube songs te vinden die helpen om een wiskunderegels uit het hoofd te leren. Zo is er bijvoorbeeld een song voor de volgorde bij berekeningen en een song voor de begrippen die horen bij een assenstelsel, zoals oorsprong, grafiek en grafiektitel.

EIGEN ERVARING

Toen ik een jaar of 13 was, had ik een 'beste' vriendin. Ze heette Debora. We waren allebei flink aan het puberen en hingen 's avonds uren met elkaar aan de telefoon. In die tijd waren er nog geen mobiele telefoons, dus het was handig om haar nummer uit het hoofd te leren. Nu, 20 jaar later (we zijn al lang niet meer bevriend), weet ik haar nummer nog steeds: 221034. Dat komt omdat ik me de melodie herinner die we eraan hadden gekoppeld. Op de fiets 'zong' ik haar telefoonnummer regelmatig en het is sindsdien nooit meer uit mijn geheugen verdwenen.

EIGEN ERVARING

Vorig jaar keek ik een keer een les mee met mijn collega Duits. Ze leerde de leerlingen de persoonlijke voornaamwoorden 'ich, du, er, sie, es, wir, ihr, sie und Sie'. Ze deed dat op raptoon en het was duidelijk dat de leerlingen het riedeltje vaker hadden gerapt. Ze deden allemaal enthousiast mee. Een van de kinderen mocht erbij beatboxen. Dat deze manier van aanleren effectief kan zijn, blijkt uit het feit dat ik me de rap nog steeds herinner.

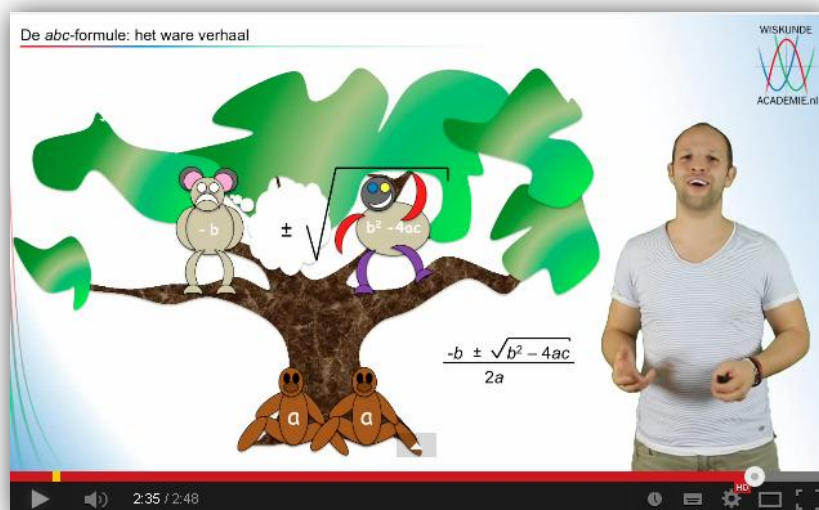
3.5 KETTINGVERHAALSYSTEEM

Een kettingsysteem maakt gebruik van een vertellerstechniek. Het systeem maakt gebruik van verbeelding en associatie door woorden om te zetten in beelden. Buzan noemt dit 'sleutelwoorden' en 'sleutelbeelden'. Het is ideaal voor het onthouden van een lijst items in de juiste volgorde, bijvoorbeeld een boodschappenlijst. Ook in de wiskunde kan gebruik gemaakt worden van het kettingverhaalsysteem. Zo staat er op YouTube een filmpje van de WiskundeAcademie over de abc-formule. Met behulp van deze formule kunnen de oplossingen gevonden worden van een kwadratische vergelijking. Een hele handige, maar – voor veel leerlingen – een lastig te onthouden formule. In het verhaal bij de abc-formule zijn de volgende beelden bij de letters en symbolen bedacht:

Letter of symbool	Beeld
$-b$	Een beer die niet blij is. Hij is negatief , omdat zijn gekke neef ook in de boom zit.
b^2	De gekke neef van de eerste beer .
$-4ac$	De neef is helemaal 'wappie' door de vier jaar air conditioning in de dierentuin.
$2a$	De beren hebben de boom veroverd van twee apen . Zij mogen nu niet meer in de boom, daarom zitten ze op de grond.
$\pm$	De eerste beer weet niet of hij blij (positief) moet zijn, omdat hij de boom heeft veroverd, of verdrietig (negatief), omdat zijn maffe neef in de boom zit.
$\sqrt{\quad}$	Met de √ kan de eerste beer zijn gekke neef in bedwang houden.

Echter, het verhaal is pas goed te begrijpen bij het zien van het filmpje op YouTube.

Ook deze methode zorgt ervoor dat de linker- en rechter hersenhelft efficiënt samenwerken, waardoor de verschillende woorden of letters beter te onthouden zijn. Hersenen onthouden beelden makkelijker dan alleenstaande woorden of letters. Hoe absurder de beelden zijn, hoe beter de methode werkt.



3.6 ANDERE MNEMONISCHE TECHNIEKEN

Er zijn nog meer mnemonische technieken, maar die zijn vooral geschikt voor het onthouden van een boodschappenlijst. Het gaat om de plaatsmethode (of geheugenkamer), het kapstokstelsel, het getal-vormstelsel, het getal-rijmstelsel en het alfabetstelsel. De eerste drie – de plaatsmethode, het kapstokstelsel en het getal-vormstelsel – combineren woorden met beelden door middel van associatie. De laatste twee – het getal-rijmstelsel en het alfabetstelsel – gebruiken naast woorden en beelden ook klanken. Meer informatie over deze geheugentechnieken is te vinden in het boek ‘Verbeter uw geheugen’ van Tony Buzan (2009).

4. MEERVOUDIGE INTELLIGENTIES

Elke leerling is uniek en leert op zijn eigen manier. Docenten moeten rekening houden met de verschillende intelligenties (en geheugens) van leerlingen. Daarom gaat het laatste hoofdstuk van deel 1 dieper in op de theorie van Gardner. In paragraaf 4.1 staat beschreven welke acht intelligenties Gardner onderscheidt en in paragraaf 4.2 wordt uitgelegd hoe het onderwijs rekening kan houden met de verschillende intelligenties van leerlingen.

4.1 GESCHEIDEN INTELLIGENTIES EN GEHEUGENS

In de afgelopen decennia is het begrip van de menselijke hersenen behoorlijk veranderd. Vroeger wist men niet dat elk deel van de hersenen gespecialiseerd is in een eigen taak. Inmiddels is het duidelijk dat het brein geen multifunctionele machine is waarin elk deel alle functies kan vervullen. Het is meer een verzamelplaats van heel veel gescheiden vermogens. Gardner (2002) onderscheidt acht verschillende intelligenties. Iemand gebruikt een intelligentie als hij actief een probleem oplost of een product maakt dat gewaardeerd wordt in de samenleving.

intelligentie	capaciteiten
logisch-wiskundige	• logisch analyseren van problemen • maken van wiskundige opgaven • doen van wetenschappelijk onderzoek
linguïstische	• gevoelig zijn voor gesproken en geschreven taal • leren van talen • gebruiken van taal om doelen te bereiken
muzikale	• uitvoeren van muziekstukken • componeren van muziekstukken • waarderen van muziekstukken
lichamelijke-bewegings	• gebruiken van hele lichaam (of delen van) om problemen op te lossen en producten te maken
ruimtelijke	• herkennen en manipuleren van zowel patronen op grote schaal als patronen op kleine schaal
interpersoonlijke	• begrijpen van de bedoelingen, motieven en verlangens van andere mensen • effectief kunnen samenwerken met anderen

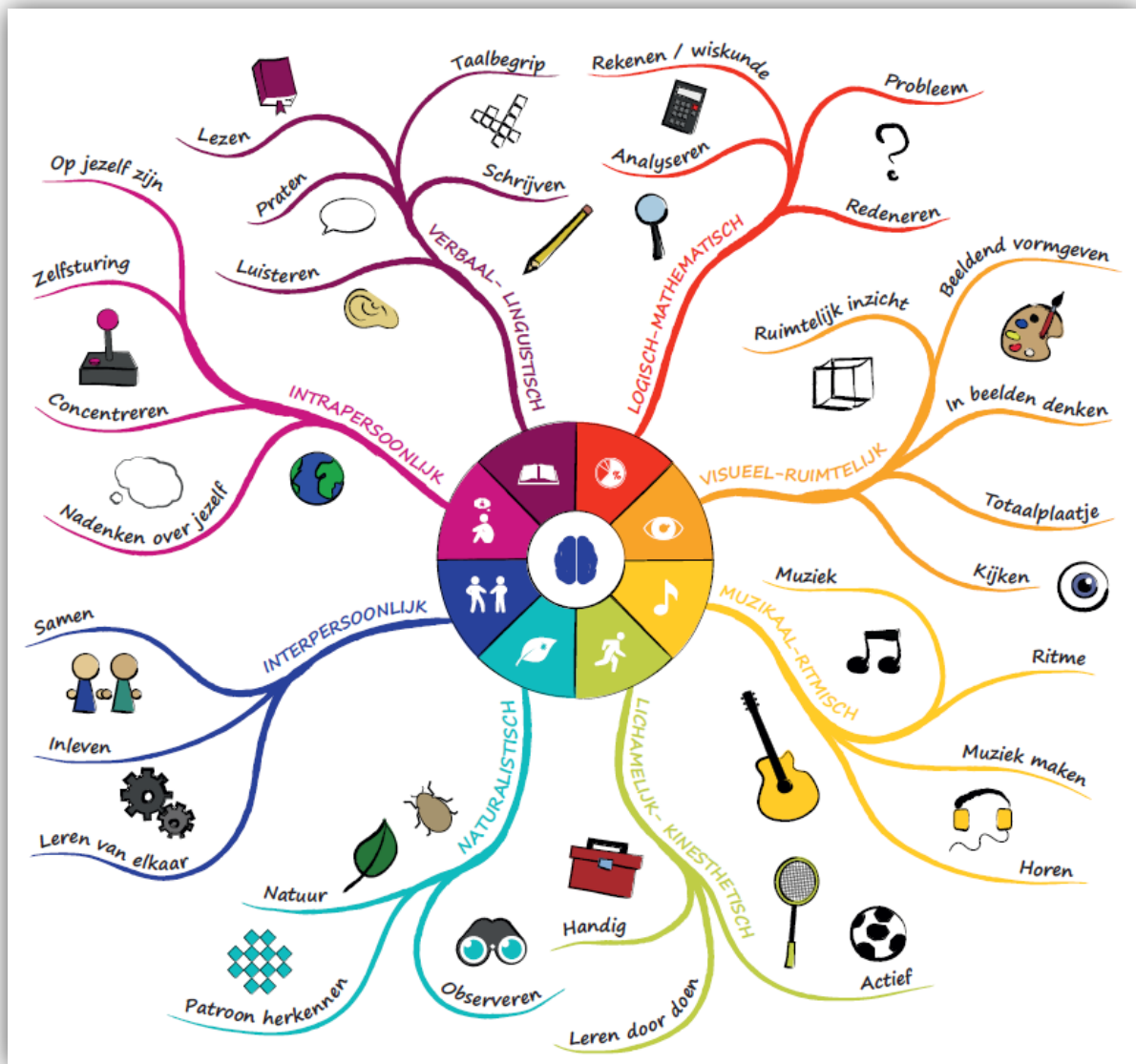
intelligentie	capaciteiten
intrapersoonlijke	• zelfinzicht • bezitten van effectief zelfbeeld (inclusief beeld van eigen verlangens, angsten en capaciteiten) • effectief gebruiken van deze informatie in eigen leven
naturalistische	• herkennen en classificeren van talrijke soorten (flora en fauna)

Volgens Gardner zegt een groot vermogen op een bepaald gebied niets over de capaciteiten op andere gebieden. Hij trok deze conclusie tijdens zijn werk met mensen met een hersenbeschadiging. Zo kan het bijvoorbeeld zijn dat iemand goed is in het leren van een vreemde taal, maar niet in staat is een nieuw lied te leren.

Omdat intelligenties gescheiden zijn, kunnen mensen vaak meerdere dingen tegelijk doen. Ze kunnen bijvoorbeeld praten tijdens het lopen. Lastiger is het om te praten tijdens het oplossen van een kruiswoordpuzzel of tijdens het luisteren naar de tekst van een lied. Dat komt omdat voor beide acties de linguïstische (taalkundige) intelligentie wordt gebruikt.

Iedereen krijgt bij zijn geboorte alle intelligenties mee, maar toch ontwikkelt iedereen ze op een unieke manier. Hoe de intelligenties ontwikkelen heeft te maken met genetische factoren, maar ook met de omgeving waar iemand opgroeit. Een intelligentie wordt op gang gebracht door blootstelling aan informatie. Iemand die een bepaalde intelligentie in de genen heeft, bereikt er weinig mee als die intelligentie niet wordt gestimuleerd. Gardner schrijft in zijn boek *Soorten Intelligenties* (2002): “hoe ‘slimmer’ de omgeving en hoe krachtiger de interventies en de beschikbare hulpmiddelen, hoe vakkundiger mensen worden en hoe onbelangrijker hun speciale genetische erfenis wordt” (p. 87).

Net zoals er niet slechts één intelligentie bestaat, is ook het geheugen onder te verdelen in verschillende soorten. Volgens wetenschappelijk onderzoek kan bijvoorbeeld het linguïstisch geheugen worden gescheiden van het muzikaal geheugen en ook van het geheugen voor vormen, gezichten, lichaamsbewegingen en dergelijke. Als wordt gezegd dat iemand een ‘goed geheugen’ heeft, wordt meestal bedoeld dat hij een goed linguïstisch geheugen heeft. Maar dat iemand zich goed namen, data en definities kan herinneren, wil niet zeggen dat hij ook een goed geheugen heeft voor visuele patronen, muzikale patronen, lichaamsbewegingen of voor wat hij voelde tijdens een gebeurtenis.



4.2 MEERVOUDIGE INTELLIGENTIES IN HET ONDERWIJS

De theorie van de meervoudige intelligenties (MI-theorie) is geen onderwijskundig voorschrift. Volgens Gardner moeten onderwijskundigen zelf bepalen of en in welke mate ze zich laten leiden door de MI-theorie. Hij vindt het vooral belangrijk dat er in het onderwijs rekening gehouden wordt met drie dingen:

1. Mensen zijn verschillend;
2. Mensen hebben verschillende breinen;
3. Onderwijs is het effectiefst als er rekening gehouden wordt met deze verschillen.

Een goede school neemt de verschillen tussen leerlingen serieus en deelt kennis over de verschillen met leerlingen en ouders. Verder moedigt de school kinderen aan verantwoordelijkheid te nemen voor hun eigen leerproces en biedt de leerstof aan op een manier dat iedere leerling maximale kansen heeft. Ook is het belangrijk dat leerlingen kunnen laten zien wat ze geleerd en begrepen

hebben. Tevens benadrukt Gardner dat de intelligenties moeten worden ingezet om leerlingen te helpen bij het leren en niet om de leerlingen te categoriseren.

Onderwijs dat de verschillen tussen leerlingen serieus neemt, wordt 'individueel onderwijs' genoemd. De tegenhanger van individueel onderwijs is 'uniform onderwijs'. Het onderwijs richt zich dan vooral op het taal- en logicabrein. Leerlingen op een uniforme school met een goed ontwikkeld linguïstische of logisch-wiskundige intelligentie zullen het goed doen en zichzelf slim vinden. Leerlingen met een ander soort brein zullen zich waarschijnlijk dom voelen.

Gardner beschrijft in zijn boek zeven invalshoeken om aan het begin van een les (of lessenserie) de aandacht van leerlingen te trekken. De invalshoeken komen globaal overeen met de verschillende intelligenties.

Invalshoek	Uitleg
Verhalend	Deze invalshoek richt zich tot leerlingen die graag leren over onderwerpen door middel van verhalen.
Kwantitatief/cijfermatig	Deze invalshoek spreekt leerlingen aan die worden geboeid door cijfers en de patronen die deze vormen.
Logisch	De logische invalshoek prikkelt het deductief denken. (Deductie is het afleiden van een bijzondere regel uit een algemene regel.)
Fundamenteel/existentieel	Deze invalshoek richt zich op leerlingen die worden aangetrokken door belangrijke levensvragen.
Esthetisch	De esthetische invalshoek is voor leerlingen die geïnspireerd worden door kunstwerken of door informatie die is gerangschikt op evenwichtige, harmonische wijze of door een compositie.
Praktisch	Deze invalshoek is voor leerlingen die het makkelijkst een onderwerp benaderen door volledig op te gaan in een activiteit.
Sociaal	Veel leerlingen leren effectief door samen te werken met klasgenoten. Ze kunnen dan verschillende rollen aannemen, elkaars standpunten leren kennen en regelmatig op elkaar reageren.

Een invalshoek zorgt ervoor dat leerlingen meteen midden in een onderwerp zitten. De invalshoek wekt belangstelling en zorgt ervoor dat leerlingen zich willen inzetten voor verdere verkenning van het onderwerp. Maar een invalshoek brengt niet het inzicht over. Een leraar moet daarom met

instructieve analogieën (gelijkenissen) komen. Deze analogieën moeten aansluiten bij de voorkennis van leerlingen. Ook metaforen kunnen worden gebruikt om nieuwe onderwerpen te verduidelijken. Verder is het volgens Gardner belangrijk dat er veel tijd wordt besteed aan een onderwerp. Veel van wat geleerd moet worden, beklijft door gewoonte. Het is daarom zinvoller minder onderwerpen te leren en ze diepgaander te behandelen. Tevens is het zo dat leerlingen weinig hebben aan alleen feitenkennis. Om kennis te kunnen toepassen is inzicht nodig. Leerlingen verkrijgen inzicht door te oefenen met het toepassen. Het onderwijs moet zich vooral richten op het bevorderen van inzicht.

DEEL 2

DE PRAKTIJK

5. EZELSBRUGGETJES EN GEHEUGENSTEUNTJES IN DE PRAKTIJK

5.1 INLEIDING

In dit deel van mijn afstudeerwerk probeer ik bij een groot aantal ezelsbruggetjes en geheugensteuntjes aan te geven waarom ik denk dat ze werken. Het doel van de dia's is dat ze in de praktijk in te zetten zijn, zowel klassikaal (op een digibord), als voor de individuele leerling (op een A4'tje). Niet alleen moeten de dia's duidelijk en overzichtelijk zijn, ze moeten ook aantrekkelijk zijn. Volgens Buzan "onthoudt het brein een aantrekkelijk beeld makkelijker dan een onaantrekkelijk beeld" (2009, p. 37). Bij het maken van de dia's heb ik daarom veel aandacht besteed aan de vormgeving.

Verder heb ik er bewust voor gekozen niet één bepaalde stijl in de dia's aan te brengen. Als de dia's namelijk te veel op elkaar lijken, is het moeilijker de verschillende ezelsbruggetjes en geheugensteuntjes te herinneren. Leerlingen onthouden opvallende of unieke dingen beter, omdat ze tot de verbeelding spreken.

Tevens wil ik hier benadrukken dat de diapresentatie nooit af is. Ik heb inmiddels al een behoorlijk aantal ezelsbruggetjes en geheugensteuntjes bij elkaar gesprokkeld, maar het is de bedoeling dat de verzameling de komende jaren steeds groter wordt. De ontwikkelingen in het onderwijs staan nooit stil en ook de ideeën voor nieuwe dia's zullen niet stoppen. Ik verheug me erop de presentatie aan te vullen, want ik geniet van het ontwerpen van de dia's en ook vind ik het leuk de dia's te delen met andere docenten.

Ik bespreek in dit onderdeel niet alle dia's uit de presentatie, maar ik maak een selectie.

Achtereenvolgens komen de volgende onderwerpen aan de orde:

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| ▪ oppervlakte driehoek (5.2) | ▪ evenwijdige lijnen (5.7) |
| ▪ assenstelsel (5.3) | ▪ rekenen (5.8) |
| ▪ sinus, cosinus en tangens (5.4) | ▪ algebra (5.9) |
| ▪ de cirkel (5.5) | ▪ formules en vergelijkingen (5.10) |
| ▪ eenheden (5.6) | ▪ procedures (5.11) |

5.2 OPPERVLAKTE DRIEHOEK

Dit schooljaar heb ik voor het eerst het ezelsbruggetje 'een halve bh' behandeld (in klas 2). Dit is een acroniem voor $\frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte}$. Met deze formule bereken je de oppervlakte van een driehoek. Ik was benieuwd of de leerlingen de formule beter kunnen onthouden door het ezelsbruggetje. Om dit te onderzoeken moesten ze na afloop van de toets een vragenformulier invullen (zie bijlage 2).

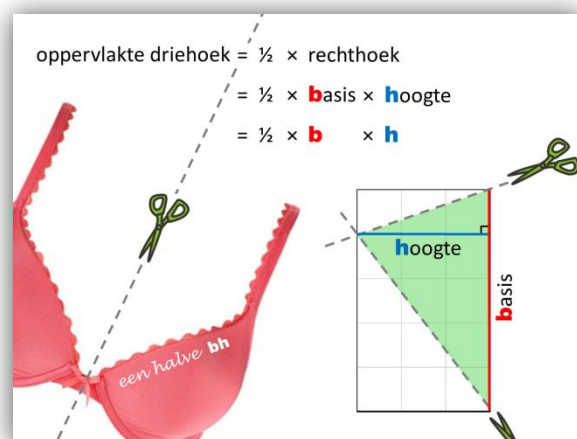
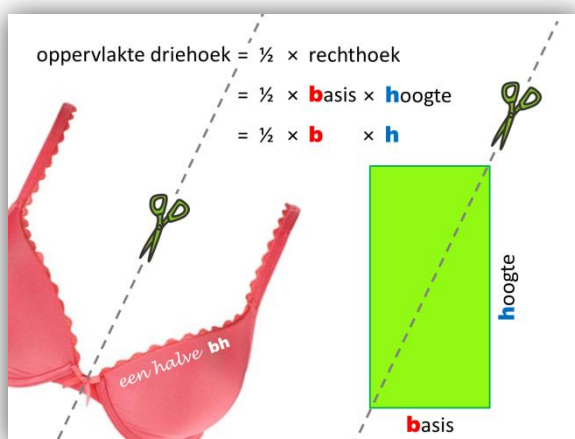
Daaruit blijkt dat alle leerlingen het ezelsbruggetje hebben onthouden. De uitslag van de meerkeuzevraag staat samengevat in een tabel (in dezelfde bijlage).

Dit onderzoek is te klein om er conclusies aan te verbinden, maar ik kan er wel uit afleiden dat het ezelsbruggetje in ieder geval (in deze klas) voor drie van de zeven leerlingen werkt. Ik vind dat reden genoeg om het in de toekomst vaker te gebruiken. Elke leerling leert op zijn eigen manier. De ene leerling begrijpt de formule zo goed, dat een ezelsbruggetje niet nodig is. De andere leerling heeft er wel baat bij. Een ezelsbruggetje introduceren kost relatief weinig tijd. Baat het niet? Dan schaadt het niet.

De opmerking 'ik vind het verwarrend en snap er niks van' kwam als een verrassing. Tijdens de lessen had ik niet in de gaten dat deze leerling het ezelsbruggetje niet begreep. Ik heb hiervan geleerd dat niet elke leerling direct begrijpt hoe een acroniem werkt. Volgend schooljaar moet ik daar tijdens de uitleg meer aandacht aan besteden. Het zou ook kunnen dat deze leerling mijn dia verwarrend vond. Rob van Stormbroek (mijn vader) wees me erop dat de dia niets met de oppervlakte van een driehoek te maken heeft. De oppervlakte van een driehoek is namelijk de oppervlakte van een halve rechthoek. Dat is in de dia niet terug te zien. Na deze feedback heb ik twee nieuwe dia's gemaakt.



oorspronkelijke dia



dia's na feedback

In deze dia's laat ik zien dat een driehoek een halve rechthoek is. De halve bh is een extra afbeelding die ervoor moet zorgen dat het ezelsbruggetje beklijft. Deze dia's heb ik nog niet in de praktijk

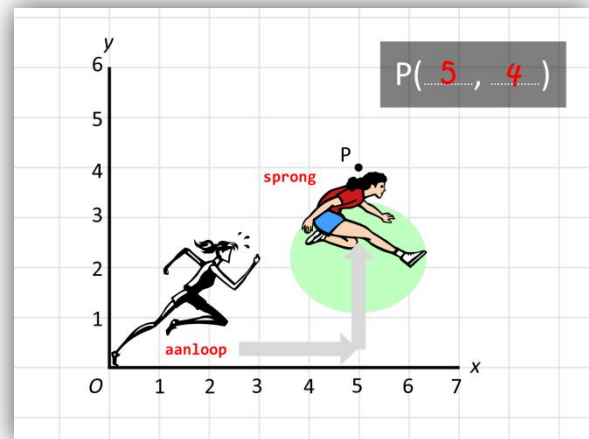
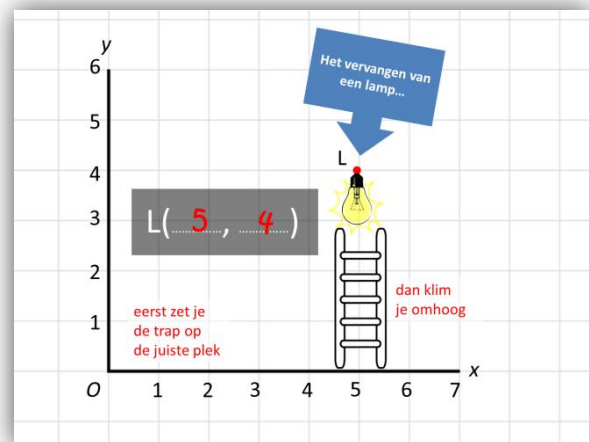
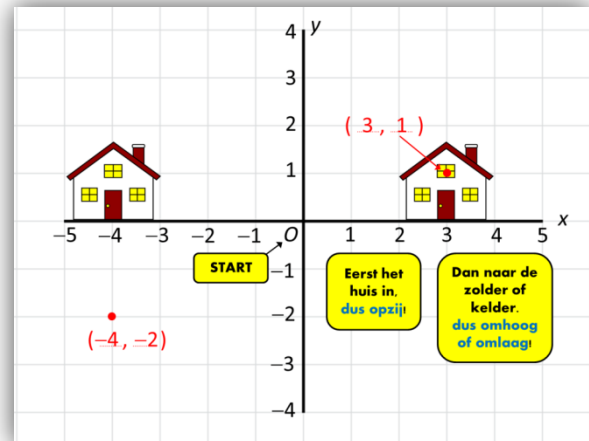
uitgeprobeerd, maar ik heb het vermoeden dat ze beter werken dan de eerste dia. Ze geven meer inzicht in het oppervlakteprobleem.

Tijdens de lessen over omtrek en oppervlakte kwam ik op het idee de leerlingen formulekaartjes te laten maken. Het ging daarbij niet alleen om de formule voor de oppervlakte van een driehoek, maar ook om de formules van bijvoorbeeld de omtrek en oppervlakte van een cirkel, de omtrek en oppervlakte van een rechthoek, et cetera. Volgens Ebbens en Etteken (2009) bekijft kennis vooral als leerlingen een actieve leerhouding hebben. Leerlingen moeten dus zoveel mogelijk zelf doen. Dit gecombineerd met de theorie van Buzan over verbeelding en associatie bracht mij op het idee van de formulekaartjes. De leerlingen kregen de opdracht veel 'kleur' te gebruiken in hun kaartjes. "Kleur brengt herinneringen tot leven en maakt het eenvoudiger gebeurtenissen te herinneren" (Buzan, 2009, p. 35). Het hele project staat uitgewerkt in bijlage 1. Na afloop trok ik de conclusie dat de leerlingen de formules inderdaad beter hadden onthouden. Echter, ik weet niet zeker of dat kwam door de zelfgemaakte kaartjes of door het vele herhalen. Daarvoor was het onderzoek niet uitgebreid genoeg. In ieder geval hebben de leerlingen met veel plezier aan de kaartjes gewerkt en alleen daarom al is het zeker de moeite waard om zo'n project vaker met leerlingen te doen. "In de meeste gevallen is het eenvoudiger en leuker om positieve beelden en ervaringen te herinneren dan negatieve. Dit is omdat je hersenen dingen willen oproepen die je positief ervaren hebt en waardoor je je goed gaat voelen" (Buzan, 2009, p. 37).



5.3 ASSENSTELSEL

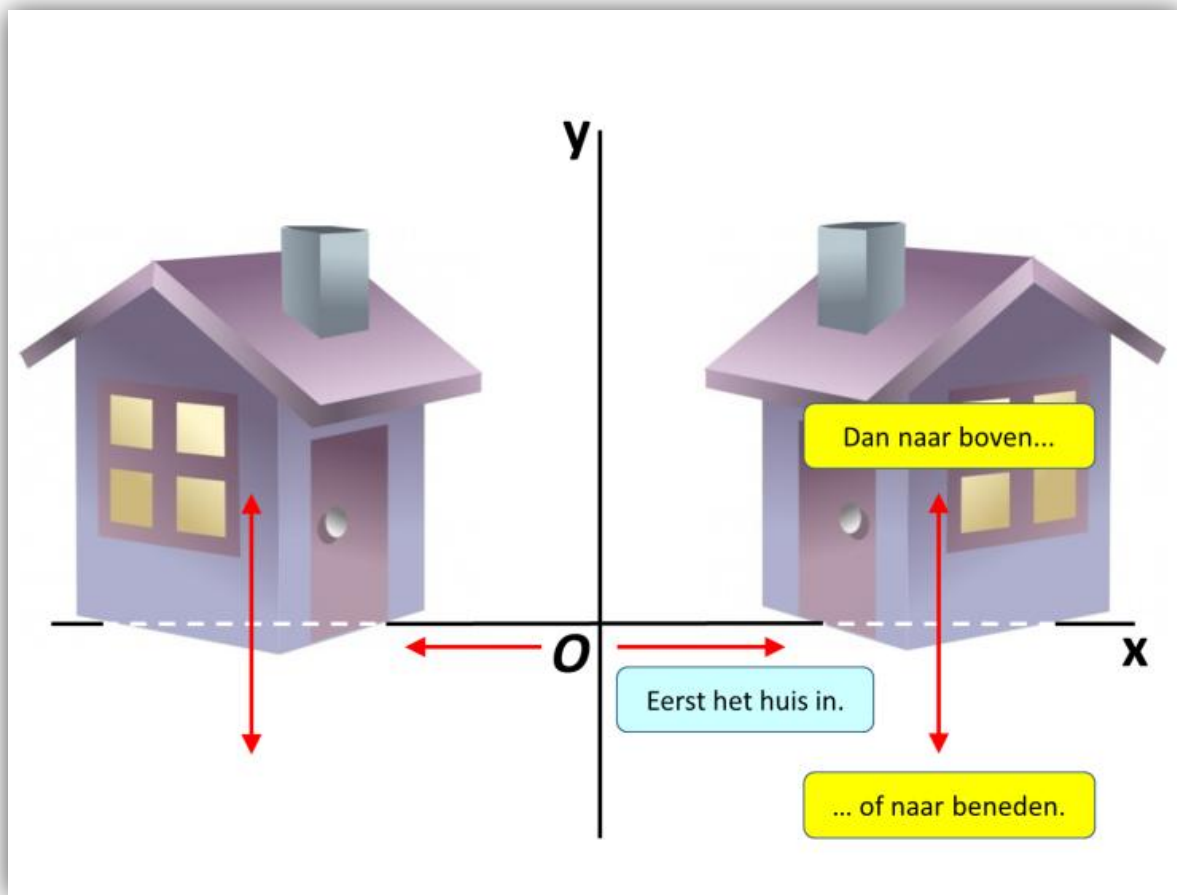
Tijdens mijn zoektocht naar geheugensteuntjes kwam ik verschillende ezelsbruggetjes tegen voor de coördinaten in een assenstelsel. In de afgelopen jaren heb ik veel leerlingen ontmoet die moeite hadden met de volgorde van de coördinaten. Eerst x of eerst y? Eerst opzij of eerst omhoog? Ik wees ze altijd op de volgorde van het alfabet. In het alfabet komt eerst de x, dan de y, dus zo gaat het ook met de coördinaten: eerst x (opzij), dan y (omhoog of omlaag). Voor een heleboel leerlingen werkt dat geheugensteuntje, maar er zijn ook leerlingen die niet veel met het alfabet hebben. Voor hen heb ik nu drie andere ezelsbruggetjes. Het afgelopen schooljaar heb ik het ezelsbruggetje met het huis een aantal keer gebruikt. Voor leerlingen die moeite hebben met de volgorde van de coördinaten maakte ik een print van de dia. Ik denk dat het ezelsbruggetje werkt omdat er in de hersenen een koppeling wordt gemaakt tussen het assenstelsel en een huis. De twee belangrijkste bouwstenen die volgens Buzan nodig zijn voor het herinneringsproces zijn aanwezig: 'verbeelding' en 'associatie'. De dia's met de sprong en de lamp heb ik nog niet getest, maar ik vermoed dat die ezelsbruggetjes ook goed werken (om dezelfde reden).



dia's om volgorde coördinaten te onthouden

UIT HOOFDSTUK 3 VAN DIT AFSTUDEERWERK:

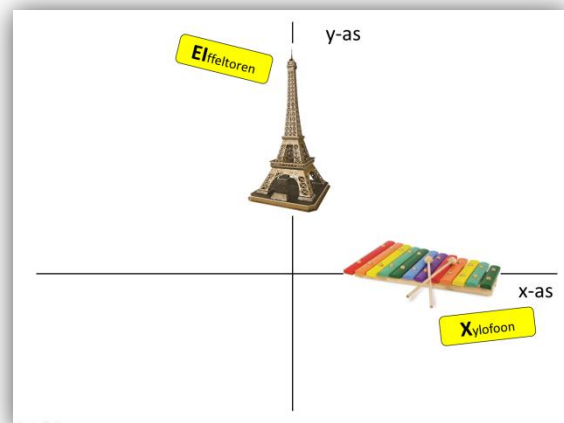
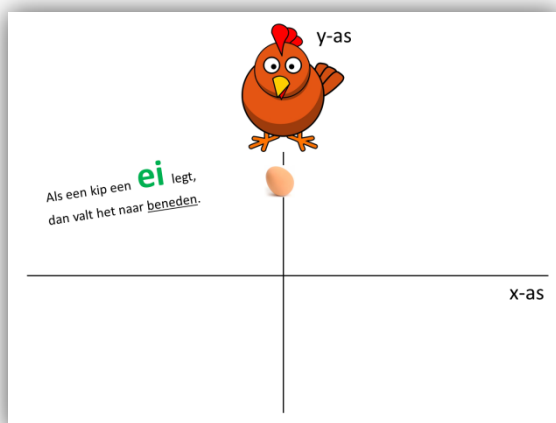
"Buzan schrijft dat er voor het herinneringsproces twee belangrijke bouwstenen nodig zijn: 'verbeelding' en 'associatie'. Hersenen werken door informatie te verbinden. Associatie betekent het verbinden van informatie aan andere (bekende) informatie. Volgens Buzan is dat de meest efficiënte manier om iets te onthouden. Associatie werkt altijd in combinatie met verbeelding. De capaciteit om te leren wordt groter, hoe meer de verbeelding wordt gestimuleerd. Dat komt omdat dan de beide hersenhelften samenwerken."



oorspronkelijke huizendia (coördinaten)

De dia met de huizen had ik in eerste instantie op een andere manier vormgegeven. Ook bij deze dia kwam Rob van Stormbroek met zinvolle feedback. Het x,y-assenstelsel is namelijk een tweedimensionale situatie, terwijl het huis driedimensionaal getekend is. Dat is verwarrend. Daarom heb ik er in de nieuwe dia (zie vorige pagina) voor gekozen het huis als vlakke figuur af te beelden.

De volgorde van de coördinaten is overigens niet het enige struikelblok voor leerlingen. Regelmatig vragen leerlingen me hoe ze de x-as en y-as ook alweer moeten tekenen. Ook daarvoor ben ik verschillende ezelsbruggetjes tegengekomen.



dia's om x-as en y-as te onthouden



YouTube – uitleg y-as

En op YouTube staat er zelfs een filmpje over. In dat filmpje wordt op humoristische wijze getoond dat als je een ei tegen het raam gooit, de inhoud naar beneden druipt. Het is overigens mogelijk dat leerlingen het horizontale gooien in verband brengen met de x-as. Als ik dit filmpje in de toekomst gebruik is het goed me daar bewust van te zijn.

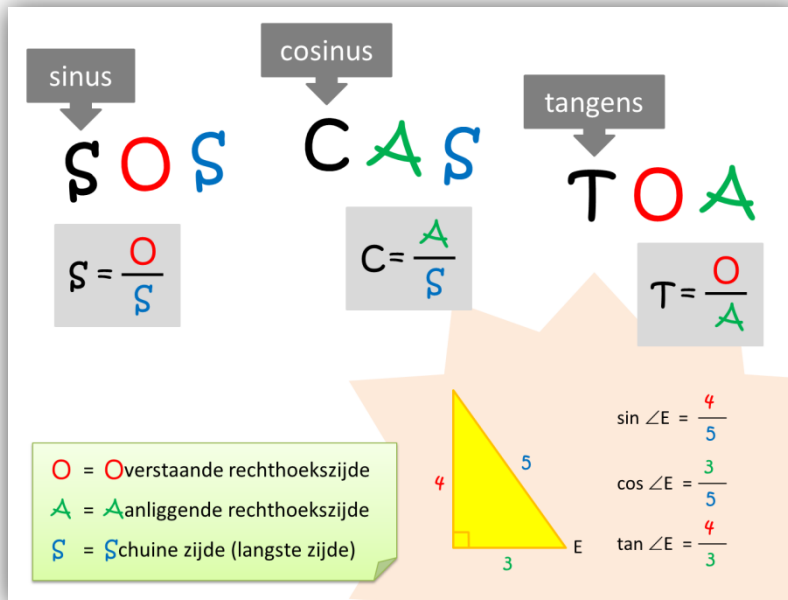
Sommige leerlingen vinden het moeilijk te onthouden wat horizontaal is en wat verticaal is. Voor die leerlingen heb ik een 'horizondia' ontworpen. Al jaren gebruik ik dit geheugensteuntje. Voor de meeste leerlingen is het een eyeopener dat in het woord 'horizontaal' het woord 'horizon' voorkomt.

Als ik ze daar eenmaal op gewezen heb, kunnen ze veel makkelijker onthouden wat 'horizontaal' betekent. De dia is nieuw. Die kan ik in de toekomst gebruiken om het geheugensteuntje te visualiseren.



5.4 SINUS, COSINUS EN TANGENS

Het meest bekende ezelsbruggetje in de wiskunde is waarschijnlijk: SOS CAS TOA. Dit is een acroniem voor sinus (overstaande / schuine), cosinus (aanliggende / schuine) en tangens (overstaande / aanliggende). Ik denk dat bijna elke leerling dit (of een vergelijkbaar) ezelsbruggetje nodig heeft. Dat het zo bekend is, bewijst in mijn ogen dat het effectief is. Zelfs wiskundemethodes maken er gebruik van. Zie bijvoorbeeld de afbeeldingen uit Getal en Ruimte.



mijn dia SOS CAS TOA



afbeelding Getal en Ruimte



ezelsbruggetje om
SOS CAS TOA te onthouden

Je kunt met één gek woord goed onthouden wat sinus, cosinus en tangens betekenen: SOSCASTOA. Hierin betekenen SOS, CAS en TOA achtereenvolgens:

SOS Sinus is de Overstaande rechthoekszijde gedeeld door de Schuine zijde.

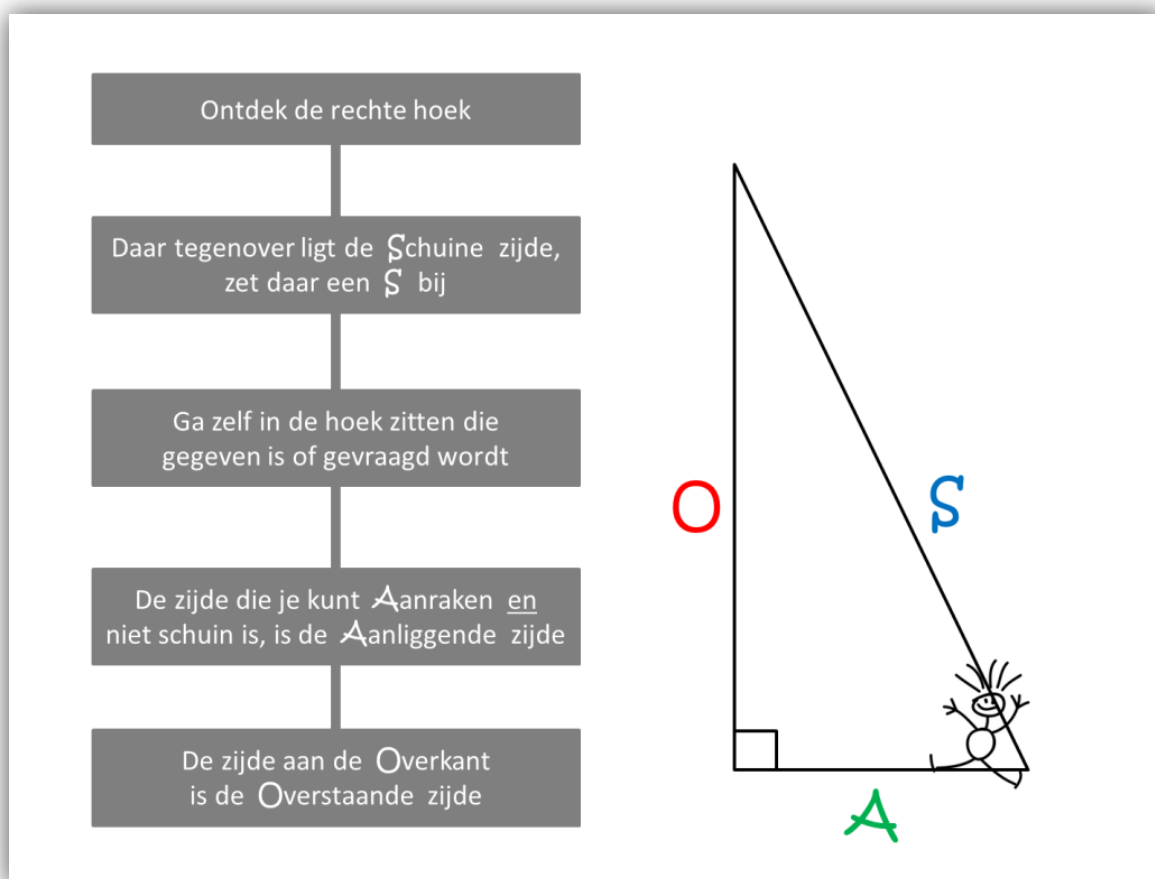
CAS Cosinus is de Aanliggende rechthoekszijde gedeeld door de Schuine zijde.

TOA Tangens is de Overstaande rechthoekszijde gedeeld door de Aanliggende rechthoekszijde.

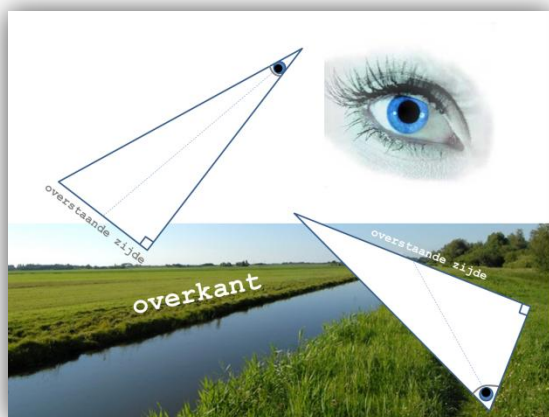
uitleg SOS CAS TOA door Getal en Ruimte

Het is niet voor elke leerling even gemakkelijk om het gekke woord SOSCASTOA of de losse woorden SOS, CAS en TOA te onthouden. Ook daarvoor zijn ezelsbruggetjes bedacht. De afbeelding uit Getal en Ruimte is daar een voorbeeld van: denk aan een boot CASTOA die zinkt en S.O.S. uitzendt. En ook het ezelsbruggetje met de boa is gemaakt om SOS CAS TOA te onthouden. De dia maakt gebruik van 'verbeelding' en 'associatie' waardoor de woorden beter beklijven.

Het onthouden van SOS CAS TOA is een belangrijke stap in het kunnen maken van de opgaven. Echter, zolang een leerling niet weet wat de overstaande, aanliggende en schuine zijde zijn, komt hij niet ver. Van twee wiskundedocenten kreeg ik tips voor het aanleren van de verschillende zijden.



algoritme voor het benoemen van de zijden



algoritme voor het benoemen van de overstaande zijde

Het zijn beide algoritmen. Van Parreren (1990) geeft de volgende definitie van algoritmen: “voorschriften voor de oplossing van standaardopgaven die nauwkeurig aangeven wat men moet doen, maar dan ook gegarandeerd tot het goede resultaat leiden” (p. 36). In de ene dia heb ik ervoor gekozen het algoritme uit te schrijven. Bij de andere dia hoort een mondelinge toelichting. De leerlingen moeten een oog tekenen in de hoek die gegeven is of gevraagd wordt. De overstaande zijde zien ze dan aan de

‘overkant’. Met de afbeeldingen van de sloot en het oog probeer ik ervoor te zorgen dat het algoritme beter beklijft. Dit algoritme is vooral handig als leerlingen vervolgens zelf de aanliggende en schuine zijde kunnen aanwijzen. In de praktijk blijkt dat dit niet elke leerling lukt. Ze halen de zijden door elkaar. Als dat gebeurt is het andere algoritme handiger, omdat daarbij eerst aandacht wordt besteed aan de rechte hoek.

In de diapresentatie heb ik ook een YouTube-filmpje opgenomen over het benoemen van de verschillende zijden in een rechthoekige driehoek. De vrouw in het filmpje gaat – eigenlijk net als in

de besproken algoritmen – in een hoek staan of zitten. De zijde die ze kan aanraken of waar ze tegen aan kan gaan liggen is de aanliggende rechthoekszijde. De zijde die ze in de verte kan zien (maar niet aan kan raken) is de overstaande rechthoekszijde. In het filmpje wordt dus het woord ‘aanliggende’ letterlijk vertaald naar ‘er tegen aan liggen’. Ik vermoed dat dit filmpje heel goed zal werken, omdat het algoritme visueel wordt gemaakt. De vrouw gaat écht in een hoek staan en écht tegen een zijde aan liggen. Leerlingen zullen zich hier goed in kunnen verplaatsen.



OUD CHINEES GEZEGDE

ik hoor en ik vergeet
ik zie en ik onthoud
ik doe en ik begrijp

Het filmpje en de algoritmen hebben mij op een idee gebracht voor een materiaalactiviteit in de klas. Van Parreren (1990) schrijft: “Men moet niet direct beginnen met alleen maar uit te leggen, maar deze verbale vorm van onderwijs moet geschraagd worden door een materiële, waarin het kind op basis van het handelen met concrete dingen de vereiste abstracties leert maken.” (p. 31). Hij noemt

vervolgens ook de trapsgewijze vorming van begrippen van Gal’perin (de materiële fase, de verbale fase en de mentale fase). In bijlage 3 staat de uitwerking van de materiaalactiviteit.

Als een leerling eenmaal weet hoe de verschillende zijden in een rechthoekige driehoek heten en als hij kan onthouden hoe SOS CAS TOA werkt, dan ontstaat er voor sommige leerlingen een nieuw probleem. Want hoe bereken je zijde AB als $\cos 30^\circ = \frac{12}{AB}$? Er zijn verschillende manieren om daar achter te komen. Je kunt de vergelijking maken met een makkelijke opgave en daaruit een conclusie trekken voor de moeilijke opgave. Maar je kunt ook gebruik maken van de ‘driehoek’. Beide methoden zijn algoritmen. In de dia’s zijn voorbeelden uitgewerkt.

$\cos 30^\circ = \frac{12}{AB}$

$4 = \frac{8}{2}$

$2 = \frac{8}{4}$

dus: $AB = \frac{12}{\cos 30^\circ}$

$\cos 25^\circ = \frac{AB}{83}$

$4 = \frac{8}{2}$

$8 = 4 \times 2$

dus: $AB = \cos 25^\circ \times 83$

The diagram illustrates a process of solving for AB using two trigonometric equations. A person stands next to a large red question mark. Two thought bubbles are shown. The top bubble contains the equation $4 = \frac{8}{2}$ with the 2 circled in yellow. The bottom bubble contains the equation $4 = \frac{8}{2}$ with the 8 circled in yellow. To the right of each bubble is a calculation: $2 = \frac{8}{4}$ and $8 = 4 \times 2$ respectively. The final result is $AB = \frac{12}{\cos 30^\circ}$ and $AB = \cos 25^\circ \times 83$.

algorithme 1

$\cos 30^\circ = \frac{12}{AB}$

$\cos 30^\circ = \frac{12}{AB}$

dus: $AB = \frac{12}{\cos 30^\circ}$

$\cos 25^\circ = \frac{AB}{83}$

$\cos 25^\circ = \frac{AB}{83}$

dus: $AB = \cos 25^\circ \times 83$

The diagram illustrates a process of solving for AB using two trigonometric equations. A person stands next to a large red question mark. Two thought bubbles are shown. The top bubble contains a triangle with a vertical line from the top vertex to the base, dividing it into two right triangles. The top triangle has a hypotenuse of 12 and an angle of $\cos 30^\circ$. The bottom triangle has a hypotenuse of AB and an angle of $\cos 30^\circ$. The bottom bubble contains a triangle with a vertical line from the top vertex to the base, dividing it into two right triangles. The top triangle has a hypotenuse of 12 and an angle of $\cos 30^\circ$. The bottom triangle has a hypotenuse of AB and an angle of $\cos 30^\circ$. The final result is $AB = \frac{12}{\cos 30^\circ}$ and $AB = \cos 25^\circ \times 83$.

algorithme 2

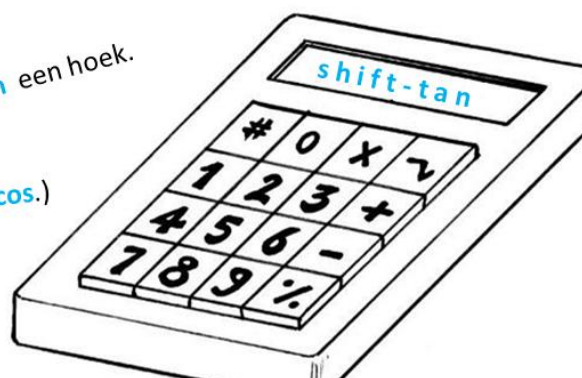
Ik heb voorkeur voor de eerste methode, omdat de tweede methode meer een trucje is. Echter, ik heb zeer weinig ervaring met lessen aan klas 3, dus ik sluit niet uit dat ik in de toekomst misschien toch vaak de 'driehoek' zal gebruiken. Ik neem mij voor te beginnen met de eerste methode. Als er leerlingen zijn die er dan niet uitkomen, introduceer ik de 'driehoek'.

Dan is er nog een probleem. Hoe bereken je $\angle A$ als $\cos \angle A = \frac{4}{5}$? Van een wiskundeleraar uit de bovenbouw kreeg ik daarbij een ezelsbruggetje. Leerlingen weten dat er op de rekenmachine een COS-toets en een COS^{-1} -toets zit. Ze weten dat je 'shift' moet gebruiken voor COS^{-1} . Maar wanneer gebruik je die COS^{-1} -toets? Deze toets gebruik je om hoeken te berekenen. In bovenstaand voorbeeld krijg je dan: $\angle A = \cos^{-1}(\frac{4}{5})$. Om te herinneren dat je met 'shift' een hoek krijgt, moet je de volgende zin onthouden: 'Als je geshift bent, krijg je een hoek.' Ik denk dat dit een goed ezelsbruggetje kan zijn, al denk ik dat niet alle leerlingen weten wat de betekenis is van 'geshift' en 'een hoek'. Een docent moet die woorden dus toelichten. Verder vraag ik me af of het ezelsbruggetje ethisch verantwoord is. Leerlingen zouden het op kunnen vatten als een vrijbrief om mensen te slaan. Daarom hoort er een inleidend verhaal bij. Bijvoorbeeld: Pietje doet de hele tijd gek (geshift). Klaas stoort zich eraan en vraagt of hij op wil houden. Pietje houdt niet op, maar gaat expres nog even door. Klaas geeft Pietje een klap (een hoek).



Als je geshift bent,
krijg je een hoek.

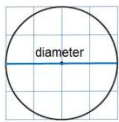
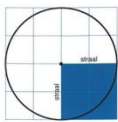
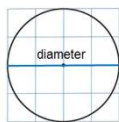
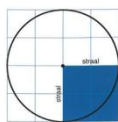
Op de rekenmachine krijg je met shift - tan een hoek.
(Ook met shift - sin en shift - cos.)



ezelsbruggetje om te onthouden hoe je een hoek krijgt

5.5 DE CIRKEL

Als ik in klas 2 toe ben aan het onderwerp ‘omtrek en oppervlakte van een cirkel’ dan begin ik altijd met een materiaalactiviteit. Ik zorg dat er verschillende cirkelvormige voorwerpen aanwezig zijn en verder is er touw en meetlint nodig. De leerlingen moeten van een aantal voorwerpen de omtrek en diameter meten. Vervolgens moeten ze uitrekenen hoe vaak de diameter in de omtrek past. De verschillende uitkomsten schrijf ik op het bord. Ik vraag de leerlingen of ze iets opvalt en op deze manier introduceer ik het getal π . Ook leiden we samen de formule voor de omtrek van een cirkel af. Over het algemeen kunnen leerlingen de formule goed onthouden, maar zodra de formule voor de oppervlakte van een cirkel erbij komt, raken ze in de war. Sommige leerlingen kunnen niet goed onthouden welke formule waarbij hoort. Ze draaien de formules om. Om dat te voorkomen heb ik twee dia's gemaakt. De ene dia is een uitleg. De andere dia is een ezelsbruggetje. Het ezelsbruggetje werkt alleen als leerlingen weten welke eenheden bij oppervlakte horen.

OMTREK	OPPERVLAKTE	OMTREK	OPPERVLAKTE
 Hoe vaak past de diameter in de omtrek? π keer!! omtrek cirkel = diameter $\times \pi$	 Hoe vaak past de straal² in de oppervlakte? π keer!! oppervlakte cirkel = straal² $\times \pi$	 eenheden voor omtrek km hm dam m dm cm mm omtrek cirkel = diameter $\times \pi$	 eenheden voor oppervlakte km² hm² dam² m² dm² cm² mm² oppervlakte cirkel = straal² $\times \pi$

dia met uitleg

dia met ezelsbruggetje

Naast deze dia's probeer ik ook de materiaalactiviteit als geheugensteun te gebruiken. Ik herinner de leerlingen aan het meten van de omtrek en diameter met een stuk touw. De diameter hoort dus in de formule van de omtrek. Door leerlingen te herinneren aan de materiaalactiviteit, maak ik gebruik van de twee belangrijke bouwstenen (Buzan): 'verbeelding' en 'associatie'. De leerlingen zien in gedachten de opdracht weer voor zich (verbeelding) en associëren deze met de formule van de omtrek.

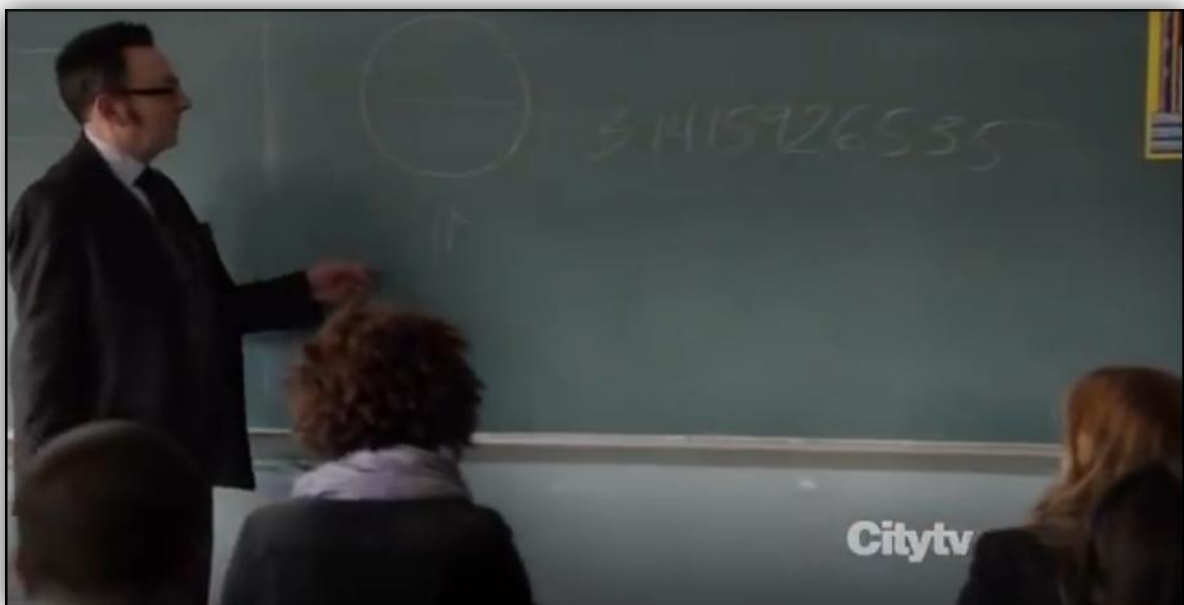
Om ervoor te zorgen dat π extra goed in het (langetermijn)geheugen wordt opgeslagen trakteer ik de leerlingen op 14 maart (π -dag) op taart. Ik kwam op dit idee door Jeanine Daems (2011). Zij schrijft in het boek *Ik was altijd heel slecht in wiskunde*: "Omdat π in het Engels hetzelfde klinkt als *pie* (taart), wordt er vaak taart gegeten op π -dag" (p. 39). Voordat we de taart opeten berekenen we π . De leerlingen helpen bij het opmeten van de omtrek en diameter. Ik vertel de leerlingen aan het begin van het schooljaar al dat ik ze 14 maart ga trakteren op taart. Leerlingen reageren daar heel enthousiast op en herinneren mij er regelmatig aan. Ze willen niet dat ik de taart vergeet. Als ik in de toekomst in het reguliere onderwijs werk, is het te duur om taarten te kopen voor iedere klas. Dan kan ik wellicht cakejes trakteren.

Op YouTube staat een filmpje dat ook gebruik maakt van taarten om π te berekenen. Ook dit is een geheugensteun om te onthouden hoe π wordt berekend.

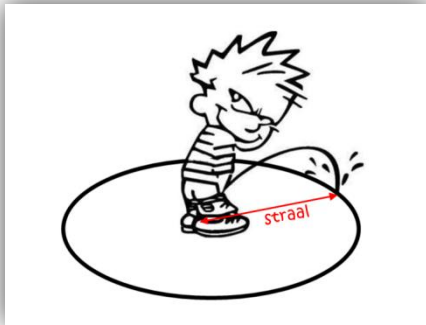


met heel veel taartjes het getal π benaderen (YouTube)

Tijdens mijn zoektocht naar geheugensteuntjes op internet kwam ik ook ezelsbruggetjes tegen om de eerste decimalen van π te onthouden. Voorbeeld: onthoud de zin 'HOW I WISH I COULD RECOLLECT PI EASILY TODAY'. Als je de letters van elk woord telt, krijg je de eerste cijfers van pi: 3,14159265. Ik heb daar bewust geen dia van gemaakt. Het is voldoende als leerlingen de eerste twee decimalen kennen. Ze hoeven de daaropvolgende decimalen van mij niet te memoriseren. Wat ik wel belangrijk vind, is dat de leerlingen weten dat π oneindig veel decimalen heeft. Een YouTube-filmpje met een scène uit *Person of interest* kan daarbij helpen.



scène uit Person of interest over de decimalen van π (YouTube)



de wildplasser

Een ander probleem dat bij de cirkel optreedt is het onthouden van de diameter en de straal. Er zijn leerlingen die niet kunnen onthouden dat de straal de helft van de diameter is. De dia met de plassende jongen is dan handig. Leerlingen moeten zich een jongen voorstellen die aan het wildplassen is. De jongen draait tijdens het plassen een rondje. Op de grond verschijnt dan een cirkel. De lengte van de plasstraal is de straal van de cirkel.

Het ezelsbruggetje is wiskundig niet correct. De plasstraal heeft een boog, terwijl de straal van de cirkel een rechte lijn is. Toch vermoed ik dat dit ezelsbruggetje goed zal werken. Ook nu weer helpen de belangrijke bouwstenen 'verbeelding' en 'associatie'.

Een probleem dat niet alleen voorkomt bij de cirkel, maar ook bij andere figuren is dat veel leerlingen moeite hebben met de begrippen 'omtrek', 'oppervlakte' en 'inhoud'. Ze hebben er geen gevoel bij. De begrippen zeggen ze vrij weinig en tijdens het maken van de opgaven halen ze alles door elkaar. Om daar wat meer duidelijkheid in te geven, heb ik tabellen gemaakt voor de cirkel (cilinder) en de rechthoek (balk).

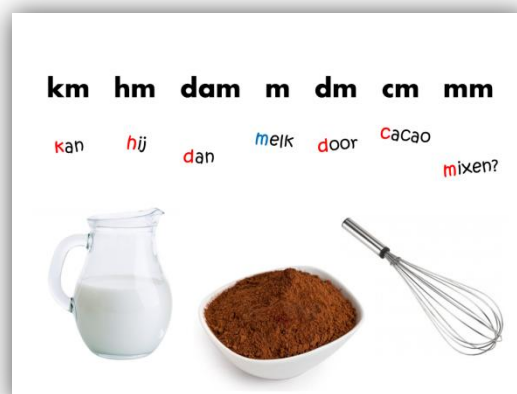
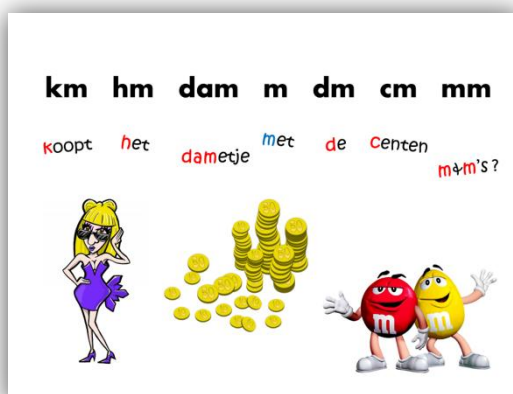
	uitleg	voorbeeld
	OM trek = er OM heen	Een hek zet je ergens OM heen, je berekent dus de OM trek.
	OP pervlakte = er OP (bedekken)	Grasmatten leg je ergens OP , je berekent dus de OP pervlakte.
	IN houd = er IN	Soep zit IN een blik, je berekent dus de IN houd.

omtrek, oppervlakte en inhoud

Hieronder staat de tabel van de cirkel. In de tabel is met dikke rode letters een ezelsbruggetje verwerkt. De voorbeelden moeten ervoor zorgen dat de uitleg duidelijk wordt.

5.6 EENHEDEN

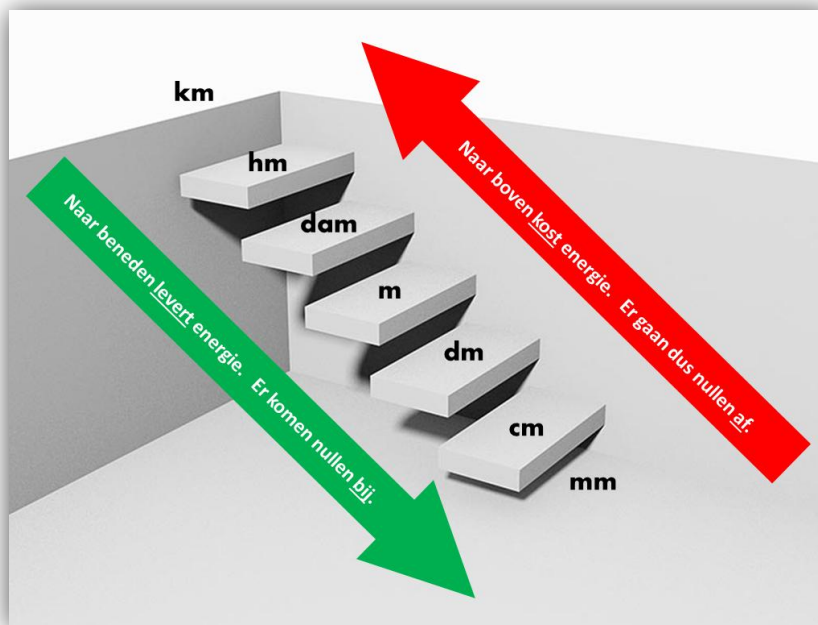
Voor het onthouden van het rijtje met lengte-eenheden zijn meerdere ezelsbruggetjes (zinnen). Ik



zinnen voor de lengte-eenheden

leerde vroeger ‘kan het dametje met de cm meten?’. Ik vind dit ezelsbruggetje niet zo geschikt, omdat ‘meten’ op ‘meter’ lijkt. Daarom heb ik er zelf van gemaakt: ‘koopt het dametje met de centen m&m’s?’. Er zijn natuurlijk veel meer zinnen te bedenken. Leerlingen mogen zelf bepalen welk ezelsbruggetje ze handig vinden. Creatieve leerlingen kunnen zelf een zin maken.

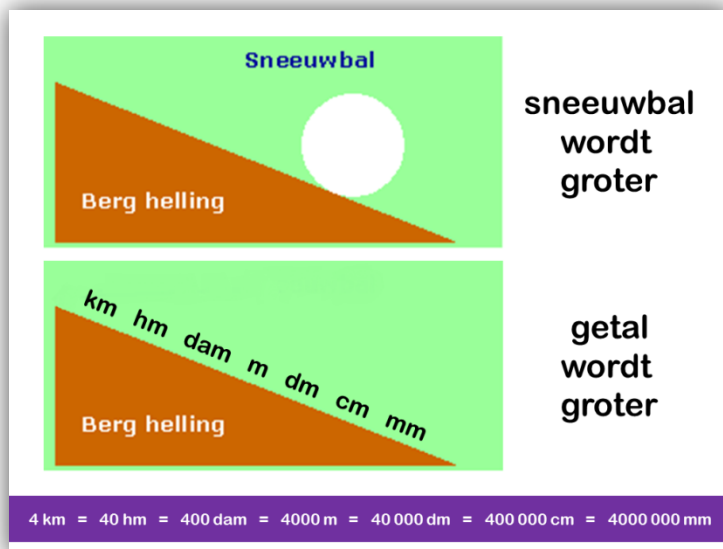
Niet alleen het onthouden van de eenheden, maar ook het omrekenen van de eenheden is voor veel leerlingen lastig. Leerlingen weten wel dat het iets is met nullen erbij en nullen eraf, of de komma verplaatsen, maar wanneer komen er nullen bij en wanneer gaan er nullen af? Leerlingen die gevoel hebben voor de eenheden hoeven dat niet uit hun hoofd te leren. Zij denken logisch na en komen er dan wel uit. Voor hen is het logisch dat 1 meter = 10 decimeter en niet 10 meter = 1 decimeter. Een docent hoort leerlingen aan te moedigen logisch na te denken, maar de praktijk wijst uit dat niet alle leerlingen dat op elk moment goed kunnen. Voor die leerlingen is een ezelsbruggetje handig, want dat beklijft makkelijker. Een docent uit de bovenbouw gaf mij het advies de eenheden op een trap te zetten. Hij zei erbij: ‘naar boven kost energie, er gaan dus nullen af’ en ‘naar beneden levert energie, er komen nullen bij’.



dia eenheden omrekenen

werkt het ezelsbruggetje wel volgens die docent. Als ik dit ezelsbruggetje in de toekomst met leerlingen deel, dan vertel ik erbij dat het natuurkundig niet klopt, maar dat het wel een handig ezelsbruggetje is. Leerlingen zullen het in ieder geval met me eens zijn dat naar boven gaan meer energie kost dan naar beneden gaan.

Via een andere wiskundedocent kreeg ik het sneeuwbal-ezelsbruggetje. Ook deze is te gebruiken voor het omrekenen van eenheden. Als een sneeuwbal van een helling naar beneden rolt, wordt hij steeds groter. Zo is het ook met de getallen bij de eenheden. Kilometer staat bovenaan de helling en millimeter staat onderaan de helling. Hoe verder je beneden komt, hoe groter het getal wordt. Op internet is een applet van dit ezelsbruggetje te vinden. Hierin is te zien dat de sneeuwbal naar beneden rolt en groter wordt. De applet heb ik opgenomen in mijn PowerPointdia. Om het visueel nog wat duidelijker te maken voor de leerlingen, heb ik ook de eenheden op de helling geplaatst. Ik eindig de dia met een getallenvoorbeeld. Daarin is duidelijk te zien dat de getallen inderdaad groter worden.



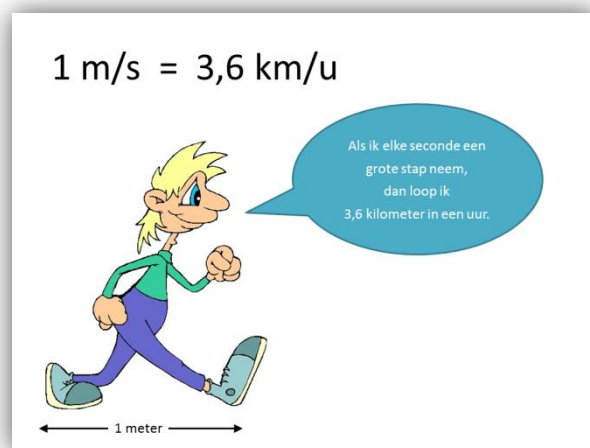
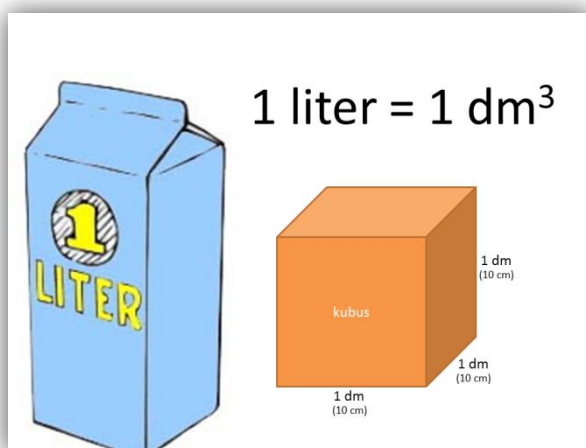
het sneeuwbal-ezelsbruggetje

Het is overigens wel belangrijk dat leerlingen weten dat een kilometer groter is dan een millimeter. Dit ezelsbruggetje kan eventueel voor verwarring zorgen. Leerlingen zouden ervan kunnen maken: de sneeuwbal wordt groter, dus de eenheid wordt groter. En dat klopt niet. Een docent moet zich bewust zijn van deze eventuele verwarring.

Verder heb ik in mijn presentatie twee dia's opgenomen met

concrete voorbeelden. Regelmatig kom ik leerlingen tegen die zijn vergeten dat 1 liter hetzelfde is als een kubieke decimeter. Ik begrijp die leerlingen wel, want op de een of andere manier klinkt het best aannemelijk dat 1 liter hetzelfde is als een kubieke meter. Maar als je logisch nadenkt, kan dat natuurlijk niet. Stel je maar eens een pak melk (van een liter) voor. En giet dat leeg in een kubus van 1 bij 1 bij 1 meter. Om de kubus te vullen zijn heel wat meer pakken melk nodig. 1 liter kan dus niet gelijk zijn aan een kubieke meter, maar wel aan een kubieke decimeter. De visualisatie (verbeelding) en de associatie met een pak melk helpen de leerlingen te onthouden dat 1 liter = 1 kubieke decimeter.

En hoeveel kilometer per uur is 1 meter per seconde? Handige leerlingen kunnen dit zelf berekenen, maar voor leerlingen die daar moeite mee hebben is het zinvoller het antwoord te memoriseren. Het getal 3,6 blijft bij veel leerlingen wel hangen. Maar dan zijn ze er nog niet. Er zijn nu namelijk twee



concrete omrekenvoorbeelden

mogelijkheden. 1 meter per seconde = 3,6 kilometer per uur of andersom: 1 kilometer per uur = 3,6 meter per seconde. Om aan te leren dat het om de eerste versie gaat, kun je als docent met grote stappen door de klas lopen en zeggen: ‘als ik elke seconde een grote stap neem, dan loop ik 3,6 kilometer in een uur’. Leerlingen hebben de vuistregel geleerd dat mensen met een snelheid van ongeveer 5 kilometer per uur wandelen, dus die 3,6 komt daarbij in de buurt.

5.7 EVENWIJDIGE LIJNEN

Er zijn leerlingen die veel moeite hebben met het begrip ‘evenwijdige lijnen’. Ze kunnen het woord ‘evenwijdig’ niet onthouden en ze hebben geen gevoel bij de betekenis ervan. Om die leerlingen te helpen, heb ik drie ondersteunende dia’s gemaakt.

Het voorbeeld van de spoorrails doet het altijd goed. Evenwijdige lijnen snijden elkaar niet. Ze hebben dezelfde richting. In de eerste dia heb ik daarom een foto van een trein op een rails verwerkt.

In de tweede dia gebruik ik het voorbeeld ‘parallel skiën’. Leerlingen die ervaring hebben met skiën weten dat ze tijdens parallel skiën de ski’s dezelfde richting op moeten laten wijzen. Met deze dia wordt meteen duidelijk dat de woorden ‘evenwijdig’ en ‘parallel’ synoniemen zijn. Dat is handig voor als later het parallellogram wordt geïntroduceerd.

Ten slotte is het ook mogelijk het woord ‘evenwijdig’ letterlijk te nemen. De afstand tussen evenwijdige lijnen is overal ‘even wijd’. De bijbehorende dia geeft ruimte voor een klassengesprek. De gele lijnen zijn in het écht evenwijdig, maar op de foto niet. Hoe komt dat?



dia's over evenwijdige lijnen

5.8 REKENEN

Een belangrijk onderdeel van de lesstof in de eerste klas is de volgorde van bewerkingen. Om de volgorde te onthouden zijn verschillende ezelsbruggetjes (zinnen) bedacht. Bij drie van die zinnen heb ik een dia gemaakt. Met kleuren probeer ik duidelijk te maken welke bewerkingen van links naar rechts moeten gebeuren. Vermenigvuldigen en delen heb ik bijvoorbeeld allebei rood gemaakt.

Ik heb zelf geen ervaring met de ezelsbruggetjes. Ik laat de leerlingen regelmatig het rijtje opdreunen en dat werkt ook. Aan het begin van de eerste klas hoeven de leerlingen stap 2 in het rijtje (machtsverheffen en worteltrekken) nog niet te kennen.

DE REKENVOLGORDE

1. tussen de haakjes
2. machtsverheffen en worteltrekken
3. vermenigvuldigen en delen (van links naar rechts)
4. optellen en aftrekken (van links naar rechts)

In de loop van het eerste jaar komt op die plaats 'kwadrateren' te staan. Dat zou een reden kunnen zijn om de dia's nog niet meteen te laten zien. Aan de andere kant kan het waarschijnlijk geen kwaad om de begrippen 'machtsverheffen' en 'worteltrekken' al meteen in het rijtje op te nemen. Ik kan erbij zeggen dat die bewerkingen op dat moment nog niet belangrijk zijn, maar dat ze die in de toekomst gaan leren.

Een moeilijkheid van de ezelsbruggetjes is dat leerlingen in hun hoofd moeten bedenken wat de eerste letters zijn van de woorden. Vervolgens moeten ze die letters koppelen aan de verschillende bewerkingen. Ik kan me voorstellen dat dit voor sommige leerlingen lastig is, vooral als ze dyslectisch zijn. Tijdens het instuderen van de rekenvolgorde is het dus aan te raden de leerlingen de zin op te laten schrijven. Eventueel kunnen ze de eerste letters markeren. Het zal dan veel makkelijker zijn om de bewerkingen eraan te koppelen. Er is de mogelijkheid om de samenwerkingsvorm 'check-in-duo's' in te zetten. De leerlingen moeten dan eerst individueel de rekenvolgorde noteren. Daarna vergelijkt elke leerling zijn rijtje met een andere leerling. Ten slotte overhoort de docent een paar willekeurige

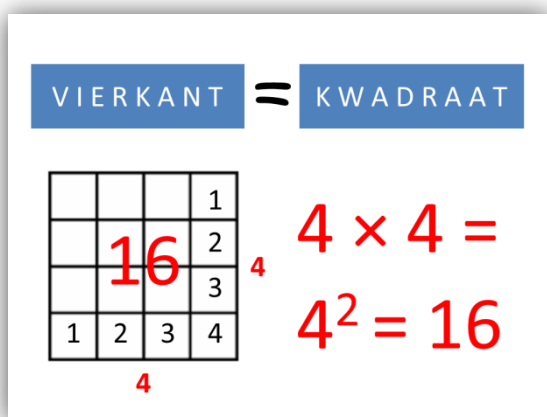


twee ezelsbruggetjes voor het onthouden van de rekenvolgorde

leerlingen. Met deze samenwerkingsvorm is er sprake van individuele aanspreekbaarheid. “Deze wordt gerealiseerd door de individuele verwerking van de leerstof en door de docent die iedere leerling kan aanspreken op het eindantwoord” (Ebbens & Ettehoven, 2009, p. 100).

Voor de rekenvolgorde is ook een ander soort ezelsbruggetje te vinden op internet: een filmpje. Daarin is de rekenvolgorde aan een bekende melodie gekoppeld. Een voordeel van een ‘song’ is, dat de melodie bij veel leerlingen makkelijk in het hoofd blijft zitten. Als ze de song een aantal keer horen, leggen hun hersenen een verbinding tussen de melodie en de gezongen woorden. Als een leerling zich de melodie kan herinneren, lukt het hem waarschijnlijk ook om de bijbehorende woorden op te roepen. Een bijkomend voordeel van een song is dat de melodie en de woorden vaak ook buiten lestijd blijven hangen. Op die manier herhaalt een leerling het ezelsbruggetje onbewust, waardoor het beter beklijft.

Een ander rekenonderdeel dat in de eerste klas wordt geïntroduceerd is het ‘kwadrateren’. ‘Kwadraat’ is eigenlijk gewoon een ander woord voor ‘vierkant’. Het woord ‘vierkant’ kennen de meeste leerlingen wel, maar het woord ‘kwadraat’ is nieuw en lijkt daarom moeilijk. Om dit te visualiseren heb ik een dia gemaakt bij 4^2 . In de didactische volgorde *concreet – schematisch – abstract* is dit de schematische fase. Voorafgaand komt de contextfase. Hierin moeten de leerlingen bijvoorbeeld bedenken hoeveel tegels van 1 vierkante meter op een vierkant terras met zijden van 4 meter passen. Om de schematische fase extra goed te laten beklijven, vraag ik de leerlingen naar de Engelse vertaling van ‘vierkant’: square. Ik wijs ze erop dat de vertaling van ‘kwadraat’ ook ‘square’ is. In het Engels is er dus geen verschil tussen de woorden, zoals in het Nederlands.



VIERKANT = KWADRAAT	
Nederlands	Engels
vierkant	square
kwadraat	square

dia's om te laten zien dat 'kwadraat' hetzelfde is als 'vierkant'

In de tweede klas leren leerlingen dat worteltrekken de tegenovergestelde bewerking is van kwadrateren. Omdat een kwadraat hetzelfde is als een vierkant, heeft ook de wortel met een vierkant te maken. De wortel is namelijk de zijde van een vierkant. Ook hiervan heb ik twee dia's in de presentatie opgenomen. In de ene dia gebruik ik als basis de 'kwadraatdia' met het vierkant van vier bij vier. De andere dia is algemener van aard.

VIERKANT = $\sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad}$

			1
	16		2
			3
1	2	3	4

$4 \times 4 =$
 $4^2 = 16$

$\sqrt{16}$

$\sqrt{\quad}$

W	O	R	T	E	L
O					
R					
T					
E					
L					

$\sqrt{\quad}$

wortel $\times$ wortel = vierkant

*dia's om te laten zien dat 'kwadraat'
hetzelfde is als 'vierkant'*

Verder kwam ik op internet een ezelsbruggetje tegen voor het onthouden van de betekenis van worteltrekken. Worteltrekken = twee keer dezelfde kies trekken. Ondanks dat dit ezelsbruggetje weinig met wiskundig inzicht te maken heeft, zou het toch best goed kunnen werken. Ik heb er bewust voor gekozen 'humor' in deze dia op te nemen, want volgens Buzan is dat één van de essentiële geheugenprincipes. "Hoe meer we lachen, hoe meer we genieten van wat we willen onthouden, en hoe gemakkelijker het is om informatie op te slaan" (2009, p. 37).

BÛ DE TANDARTS

ZAL HET PÛN DOEN?

ALS JE JE MOND OPEN HOUDT NIET.

AAARGH...

WORTEL TREKKEN

2 keer dezelfde kies trekken

$\sqrt{25} = 5$ want $5 \times 5 = 25$

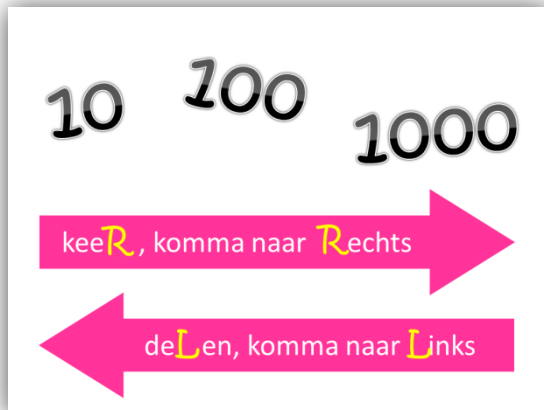
$\sqrt{49} = 7$ want $7 \times 7 = 49$



een ezelsbruggetje voor worteltrekken

In de presentatie komen ook een aantal dia's voor die te maken hebben met vermenigvuldigen en delen. Sommige leerlingen vinden het lastig te onthouden wanneer de komma naar links of naar rechts verplaatst bij vermenigvuldigen met en delen door de machten van tien. Het ezelsbruggetje hiervoor maakt gebruik van de letter R in keeR en de letter L in deLen. (De R van Rechts en de L van Links.) Deze dia kan bijvoorbeeld van pas komen bij het omrekenen van eenheden.

Niet alle leerlingen hebben gevoel bij 'links' en 'rechts'. Om dat verschil te onthouden, heb ik een dia gemaakt met een foto van een linkerhand die een L maakt.



ezelsbruggetje voor het onthouden van de richting van de komma

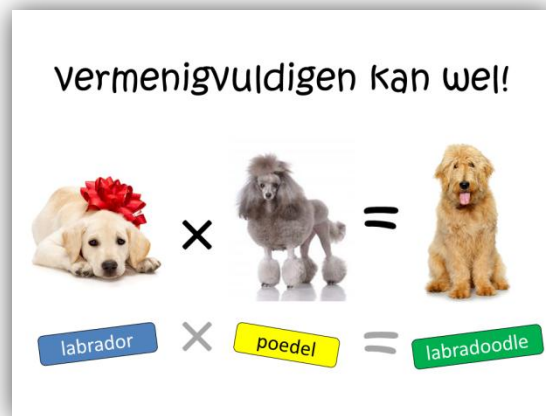
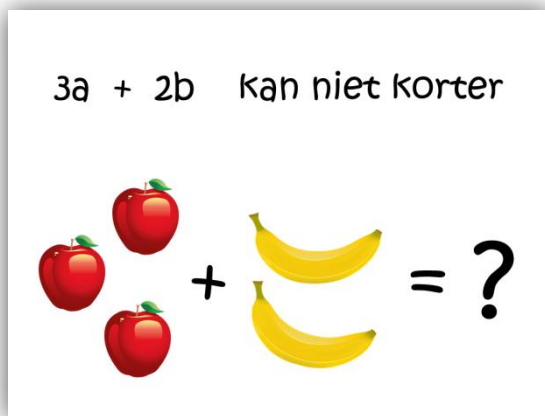


ezelsbruggetje voor het onthouden van links en rechts

5.9 ALGEBRA

Bij het rekenen met letters (algebra) krijgen leerlingen onder andere te maken met optellen en vermenigvuldigen. Een moeilijkheid daaraan is dat optellen niet altijd mag, maar vermenigvuldigen wel. Dat zorgt bij veel leerlingen voor verwarring. Voor de bewerking 'optellen' gebruik ik altijd het voorbeeld van drie appels en twee bananen. Als je drie appels en twee bananen bij elkaar optelt krijg je niet vijf appels of vijf bananen. Het blijven drie appels en twee bananen. De som kan dus niet vereenvoudigd worden. $3a + 2b$ blijft $3a + 2b$. Dit voorbeeld werkt over het algemeen heel goed bij leerlingen, al moet het wel een paar keer herhaald worden. Voor dit afstudeerwerk heb ik de mondelinge uitleg visueel gemaakt in een dia met appels en bananen.

Voor de bewerking 'vermenigvuldigen' had ik helaas nooit zo'n mooi voorbeeld. De leerlingen moesten uit hun hoofd leren dat vermenigvuldigen altijd kan. Van een medestudent kreeg ik de tip om voor vermenigvuldigen een dia met honden te maken. Twee verschillende honden kunnen met elkaar gekruist worden, dus vermenigvuldigen kan wèl. Dit voorbeeld heb ik nog niet in de praktijk toegepast, maar ik vermoed dat het zal werken. De dia maakt gebruik van de kracht van associatie. "Associaties verankeren herinneringen en concepten, en maken het eenvoudiger om ze daarna weer op te roepen. Ze zijn van vitaal belang om onze gedachten op te slaan als creatieve herinneringen" (Buzan, 2009, p. 35).



algebra-dia's

5.10 FORMULES EN VERGELIJKINGEN

Leerlingen moeten weten dat formules, tabellen en grafieken met elkaar te maken hebben. Bij een formule kunnen een tabel en een grafiek gemaakt worden. Maar het kan ook andersom. Bij een grafiek kunnen een tabel en een formule gemaakt worden. (En bij een tabel kunnen een formule en een grafiek gemaakt worden.) Verder bevat een lineaire formule altijd een begingetal en een stapgrootte. Om deze begrippen te verduidelijken, heb ik twee dia's gemaakt. De ene dia gaat over het begingetal en de andere dia gaat over de stapgrootte. In beide dia's is de samenhang tussen formule, tabel en grafiek te zien. Het begingetal is namelijk niet alleen in de formule terug te vinden, maar ook in de tabel en in de grafiek. Hetzelfde geldt voor de stapgrootte. Ook deze is terug te vinden in zowel de formule, als in de tabel en in de grafiek. Het ezelsbruggetje bij *begin*getal is dat dit getal aan het *begin* van de tabel staat en aan het begin van de grafiek. Echter, de formule zorgt voor verwarring, want het begingetal kan zowel aan het begin als aan het eind van de formule staan. Om te voorkomen dat leerlingen hier fouten mee maken, moet de dia heel vaak gepresenteerd worden. "Herhaling is de sleutel van het geheugen" (Carter, 2007, p. 22). Ook de stapgrootte is terug te vinden in de formule, in de tabel en in de grafiek. De *stapgrootte* vertelt hoeveel er elke *stap* bij komt. Dat is meteen het ezelsbruggetje.

Ik denk dat deze dia's ten eerste werken omdat er sprake is van een zinvolle structuur. "Iemand die werkelijk doeltreffend uit het hoofd leert, verbindt niet stuk voor stuk onderdeelje voor onderdeelje van de leerstof aan elkaar, maar brengt – zo goed en zo kwaad als het gaat – een zinvolle structuur aan in de stof als geheel" (Van Parreren, 1990, p. 85). Ten tweede maak ik het begingetal en de stapgrootte visueel. Ook dat helpt de leerlingen om de begrippen beter te begrijpen.

begingetal (startgetal)

formule

$$\text{kosten in €} = 6 + 2t$$

$$(\text{kosten in €} = 2t + 6)$$

tabel

In een tabel staat het **begin**getal aan het **begin** (onder nul!).

t	0	1	2	3	4	5	6
€	6	8	10	12	14	16	18

kosten in €



grafiek



stapgrootte (hellingsgetal)

formule

$$\text{kosten in €} = 6 + 2t$$

$$(\text{kosten in €} = 2t + 6)$$

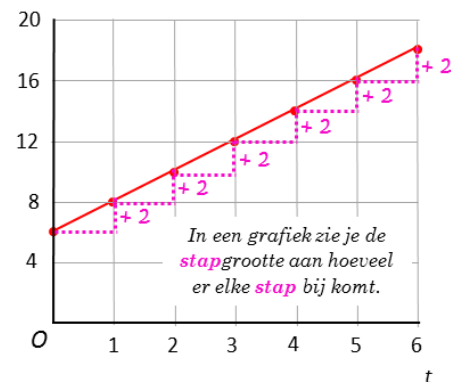
tabel

In een tabel zie je de **stap**grootte aan hoeveel er elke **stap** bij komt.

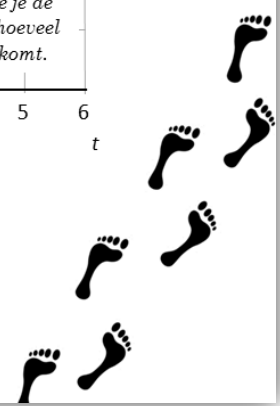
t	0	1	2	3	4	5	6
€	6	8	10	12	14	16	18

$\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+2}$

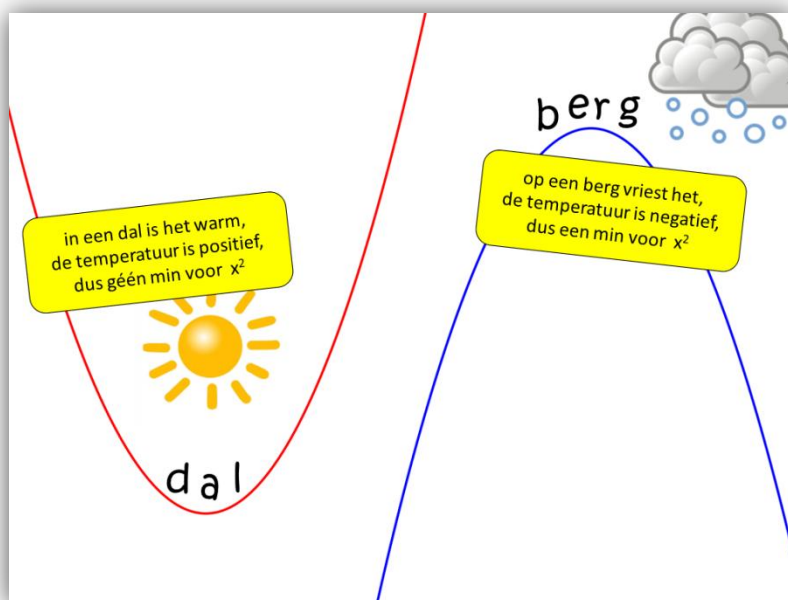
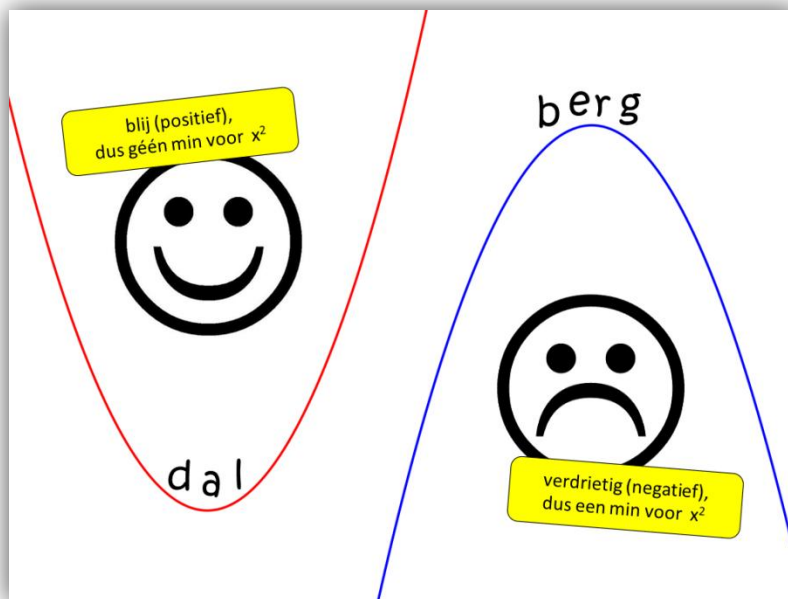
kosten in €



grafiek



begingetal en stapgrootte (formule – tabel – grafiek)



dal- en bergparabool

Ook voor kwadratische formules geldt de samenhang tussen formule, tabel en grafiek. De grafiek van een kwadratische formule heet een *parabool*. Er zijn verschillende parabolen: dalparabolen en bergparabolen. Of de grafiek een dalparabool of bergparabool is, kun je zien aan de formule. Staat er voor de x^2 een min, dan is de grafiek een bergparabool. Staat er voor de x^2 geen min, dan is de grafiek een dalparabool. Om dit te onthouden, ben ik twee ezelsbruggetjes tegengekomen. Het ene maakt gebruik van gezichtsuitdrukkingen (blij en verdrietig). Het andere maakt gebruik van de weersverwachting. Persoonlijk heb ik voorkeur voor het eerste ezelsbruggetje, omdat het tweede niet klopt. In een

dal is het niet altijd warm en boven op de berg hoeft het niet per se te vriezen. Toch kan ook het tweede ezelsbruggetje met een beetje fantasie best effectief zijn. Daarom zal ik in de toekomst beide ezelsbruggetjes introduceren. Ik laat de leerlingen zelf kiezen welk ezelsbruggetje ze handig vinden, want mijn voorkeur hoeft niet hun voorkeur te zijn. Volgens Gardner zien mensen er niet alleen verschillend uit, maar hebben ze ook verschillende breinen. Voor sommige leerlingen werkt het temperatuurezelsbruggetje misschien juist omdat het niet helemaal klopt.

Naast formules krijgen leerlingen tijdens de wiskundelessen ook te maken met vergelijkingen. Er zijn drie manieren om lineaire vergelijkingen op te lossen: de balansmethode, inklemmen en met grafieken. Ik vind het belangrijk dat leerlingen onthouden dat ze een vergelijking op meerdere manieren kunnen oplossen. De balansmethode krijgt meestal veel aandacht, maar vooral het inklemmen en het oplossen met grafieken zorgen voor inzicht. Daarom begin ik de lessen over

3 manieren om vergelijkingen op te lossen

(weegschaal)

Balansmethode

TRY IT

(proberen)

Inklemmen

Grafieken

BIG

(snijpunt)

acroniem voor methodes om vergelijkingen op te lossen

Vergelijking oplossen

Letter Links

$$\begin{array}{rcll} & 5x & - 4 & = 2x + 8 \\ +4 & \swarrow & & \searrow +4 \\ & 5x & & = 2x + 12 \\ -2x & \swarrow & & \searrow -2x \\ & 3x & & = 12 \\ :3 & \swarrow & & \searrow :3 \\ & x & & = 4 \end{array}$$

Getal reCHts

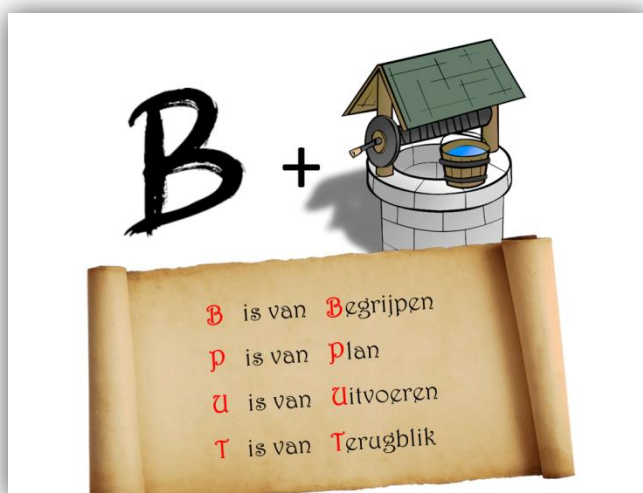
$$\begin{array}{rcll} & 5x & - 4 & = 2x + 8 \\ +4 & \swarrow & & \searrow +4 \\ & 5x & & = 2x + 12 \\ -2x & \swarrow & & \searrow -2x \\ & 3x & & = 12 \\ :3 & \swarrow & & \searrow :3 \\ & x & & = 4 \end{array}$$

50

door elkaar. Op dat moment is het ezelsbruggetje 'Letter Links, Getal reCHts' handig. De leerlingen moeten onthouden dat ze aan de linkerkant een letter moeten overhouden en aan de rechterkant een getal. In de bijbehorende dia laat ik met behulp van animaties zien hoe de vergelijking $5x - 4 = 2x + 8$ wordt opgelost. En inderdaad: links blijft de letter x over en rechts het getal 4.

5.11 PROCEDURES

Er zijn natuurlijk niet alleen ezelsbruggetjes te bedenken bij inhoudelijke onderwerpen, maar ook bij algemene procedures. Zo leerde ik tijdens de module 'Onderwijs en Wiskunde' de vier fasen van probleemaanpak volgens Polya. Dit zijn: het probleem begrijpen, een plan maken, het plan uitvoeren en terugblikken. "Leerlingen zijn vaak geneigd de eerste en laatste fase te vergeten, terwijl die bij het leren van nieuwe zaken nu juist zeer essentieel zijn" (Helden, Krabbendam & Konings, 2011). Ik wil leerlingen in de toekomst bewust maken van deze vier fasen. Daarom heb ik een ezelsbruggetje



de vier fasen van Polya

bedacht om dit algemene stramien te onthouden. Fase twee tot en met vier beginnen met de letters P, U en T (een acroniem). De B past er niet helemaal bij, tenzij ik er 'BeerPUT' van maak. Ik heb gekozen voor B + PUT, omdat ik dan een plaatje van een put in de dia kan verwerken. Een afbeelding van een beerput is niet zo fris. Dat zou er overigens wel voor kunnen zorgen dat het ezelsbruggetje goed blijft hangen. Misschien dat ik om die reden ooit nog een dia met een beerput maak.

Het is natuurlijk niet voldoende de

leerlingen alleen de namen van de vier fasen te vertellen. Ik moet ze ook uitleggen wat elke fase precies inhoudt. 'Begrijpen' betekent dat je in eigen woorden moet kunnen vertellen wat de probleemsituatie is. Wat is gegeven en wat is de vraag? Bij het maken van een 'plan' bedenk je wat je gaat doen. Je weet niet altijd zeker of je succes hebt. Het plan 'uitvoeren' spreekt voor zich. Als je niet tevreden bent met de oplossing, moet je terug naar fase twee. 'Terugblikken' betekent ten eerste dat je het resultaat controleert en ten tweede dat je terugkijkt naar het oplosproces (reflecteren).

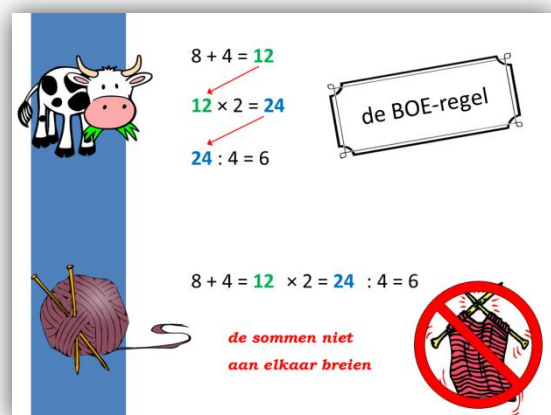
Ook WHOEA is een acroniem voor een stappenplan. De W staat voor 'Wat bereken je?'. HOE staat voor 'HOE bereken je?' en de A staat voor 'Antwoord'. Vooral in de eerste klas moeten leerlingen erg wennen aan het opschrijven van berekeningen. Ook het noteren van een conclusie vinden ze in het begin lastig. Het ezelsbruggetje WHOEA is er voor bedoeld leerlingen eraan te herinneren dat ze niet alleen het antwoord opschrijven, maar ook de berekening. De berekening en het antwoord moeten aansluiten bij de vraag, daarom moeten leerlingen eerst bedenken wat de vraag is.



berekeningen moeten genoteerd worden

wordt het zintuig 'gehoor' geprikkeld. "Hoe gevoeliger je wordt voor de informatie die je zintuigen ontvangen, hoe eenvoudiger het wordt om dingen te onthouden" (Buzan, 2009, p. 33).

Als leerlingen eenmaal gewend zijn aan het opschrijven van een berekening ontstaat er een volgend probleem: de notatie. Leerlingen 'breien' graag alles aan elkaar. Wat er op papier komt te staan, klopt dan wiskundig niet. Om het breiprobleem tegen te gaan is de BOE-regel bedacht: Berekeningen Onder Elkaar. In de bijbehorende dia's maak ik gebruik van een afbeelding van een koe. Omdat een koe 'BOE' zegt, moet het ezelsbruggetje beter blijven hangen. Verder maak ik gebruik van afbeeldingen die met 'breien' te maken hebben. Ik weet uit ervaring dat leerlingen het woord 'breien' goed kunnen onthouden. Dat komt waarschijnlijk omdat breien niet bij wiskunde past. Het breien staat symbool voor de foute wiskundige notatie. "Symbolen zijn een compacte en gecodeerde manier om verbeelding en overdrijving te gebruiken om bepaalde feiten vast te leggen" (Buzan, 2009, p. 36).



ezelsbruggetje 'de BOE-regel'

CONCLUSIES

Uit het literatuuronderzoek zijn een paar belangrijke conclusies te trekken.

Ten eerste is het voor (wiskunde)docenten handig te weten dat herinneringen niet allemaal op dezelfde plek worden opgeslagen. Ze bevinden zich verspreid over de hersenen. De hersenen bestaan uit twee helften. De rechterhelft is verantwoordelijk voor ritme, verbeelding, kleur, dimensie, ruimtelijk inzicht en synthese. De linkerhelft is verantwoordelijk voor logica, woorden, lijsten, nummers, volgorde, lijnen en analyse. Als leerlingen informatie moeten onthouden, lukt dat het beste als de twee hersenhelften samenwerken. Ezelsbruggetjes en geheugensteuntjes (mnemonische technieken) maken om die reden vaak gebruik van beide hersenhelften. Hersenen werken door informatie te verbinden. 'Verbeelding' en 'associatie' zijn twee erg belangrijke bouwstenen voor het herinneringsproces. In combinatie met deze bouwstenen zijn ook de volgende principes van invloed op het functioneren van het geheugen: de zintuigen, overdrijving, ritme en beweging, kleur, nummers, symbolen, orde en patronen, aantrekkingskracht, humor en positieve gedachten. Bij het maken van het eindproduct (de dia's) is met zoveel mogelijk van deze principes rekening gehouden.



Ten tweede moeten (wiskunde)docenten weten dat er verschillende vormen van leren bestaan. Een groot deel van de ezelsbruggetjes en geheugensteuntjes uit het eindproduct heeft te maken met 'memoriseren'. Memoriseren betekent 'uit het hoofd leren'. Mnemotechnieken maken het memoriseren makkelijker. Voorbeelden van mnemonische technieken zijn: acroniemen, zinnen, het kettingverhaalsysteem en versjes/liedjes. Echter, factoren die ook erg belangrijk zijn voor het herinneringsproces zijn: aandacht, training, goede nachtrust, herhaling en vaak kleine beetjes leren. Het memoriseren van leerstof is een manier van leren die vaak nodig is, maar een docent mag niet vergeten dat voor het ontwikkelen van inzicht ook andere soorten van leren erg belangrijk zijn. Bij mnemotechnieken ligt de nadruk vooral op inprenting en niet op begrijpen.

Ten slotte zijn er de verschillende intelligenties die invloed hebben op het leer- en herinneringsproces bij leerlingen. Gardner (2002) onderscheidt acht verschillende intelligenties: de logisch-wiskundige, de linguïstische, de muzikale, de lichamelijke-bewegings, de ruimtelijke, de interpersoonlijke, de intrapersonlijke en de naturalistische. Een groot vermogen op een bepaald gebied zegt niets over de capaciteiten op een ander gebied. Iedereen krijgt bij zijn geboorte alle intelligenties mee, maar toch ontwikkelt iedereen ze op een unieke manier. Hoe de intelligenties ontwikkelen heeft te maken met genetische factoren, maar ook met de omgeving waar iemand

opgroeit. Wiskundedocenten kunnen dus met hun lesprogramma invloed uitoefenen op de ontwikkeling van de verschillende intelligenties. Ook is het belangrijk dat ze er rekening mee houden dat leerlingen verschillend zijn. Omdat ze verschillende breinen (en geheugens) hebben, zullen de wiskunde-ezelsbruggetjes en -geheugensteuntjes uit het eindproduct niet voor elke leerling even goed werken. Dat hoeft ook niet. Als een deel van de leerlingen er baat bij heeft, dan is dat al heel fijn. En docenten moeten altijd blijven nadenken over hoe ze leerlingen het beste kunnen helpen. Dat maakt het onderwijs tot een uitdagend vak.

LITERATUURLIJST

Boeken

Buzan, T. (2009). *Verbeter uw geheugen: in weinig tijd*. Aartselaar, België: Zuidnederlandse Uitgeverij.

Carter, R. (2007). *Uw geheugen in topvorm: ontdek hoe uw brein functioneert en haal het maximum uit uw geheugen*. Aartselaar, België: Zuidnederlandse Uitgeverij.

Ebbens, S. & Ettekoven S. (2009). *Effectief leren: basisboek*. Houten: Noordhoff.

Gardner, H. (2002). *Soorten intelligentie: meervoudige intelligenties voor de 21^{ste} eeuw*. Amsterdam: Nieuwezijds.

Helden, H. van, Krabbendam, H. & Konings, T. (2011). *Probleemoplossen en wiskunde: Leren effectief lesgeven*. Utrecht: APS.

Parreren, C.F. van (1990). *Leren op school*. Groningen: Wolters-Noordhoff.

Websites

Ezelsbruggetje. (2014). *Wikipedia*. Geraadpleegd op 23 juni 2014 op <http://nl.wikipedia.org/wiki/Ezelsbruggetje>

Ezelsbruggetjes voor wiskunde. (z.j.). Geraadpleegd op <http://www.ezelsbrug.nl/wiskunde/> .

Ezelsbruggetjes voor wiskunde. (z.j.). Geraadpleegd op <http://www.ezelsbruggetje.nl/wiskunde/>.

Memoriseren. (z.j.). *Wikipedia*. Geraadpleegd op 20 juni 2014 op <http://www.fi.uu.nl/wiki/index.php/Memoriseren>

Ontdek jouw talenten met Acadin. (z.j.). Geraadpleegd op <http://talentstimuleren.nl/?file=900&m=1384510500&action=file.download> .

BIJLAGEN

1. FORMULEKAARTJES

In januari - februari 2014 gaf ik klas 2 les over de omtrek en oppervlakte van een aantal vlakke figuren, zoals van een rechthoek en van een cirkel. Het frustreerde mij dat de bijbehorende formules maar niet leken te beklijven. Elke les begon ik met het (mondeling) overhoren van de formules en elke keer bleek weer dat het grootste gedeelte van de leerlingen de formules was vergeten. Volgens Ebbens en Ettekoven (2009) beklijft kennis vooral als leerlingen een actieve leerhouding hebben. Leerlingen moeten dus zoveel mogelijk zelf doen. Dit gecombineerd met de theorie van Buzan over verbeelding en associatie bracht mij op het volgende idee.

Idee

Ik wilde de leerlingen laten oefenen met formulekaartjes. Deze kaartjes hebben een voor- en achterkant. Op de voorkant staat bijvoorbeeld: 'oppervlakte cirkel' en op de achterkant staat de bijbehorende formule. Ik had natuurlijk zelf kaartjes kunnen maken, maar na het bestuderen van de boeken over het geheugen leek het mij een veel beter idee dat de leerlingen zelf kaartjes zouden maken.

Vorbereiding

Elke leerling gaat zes kaartjes maken:

- omtrek rechthoek
- oppervlakte rechthoek
- omtrek cirkel
- oppervlakte cirkel
- oppervlakte driehoek
- oppervlakte parallellogram

In PowerPoint heb ik de instructie en de kaartjes voorbereid. Verder heb ik stiften, gekleurd papier en lijm gekocht. Ook heb ik 120 grams papier gekocht, om de dia's op af te drukken.



Kort samengevat:

Maak gebruik van **kleuren**!

voorkant

achterkant

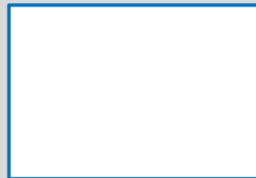
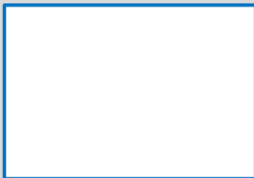
- figuur
- naam figuur
- omtrek of oppervlakte

- formule

oppervlakte rechthoek

voorkant

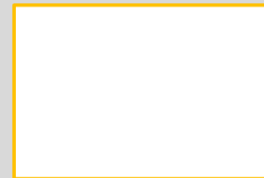
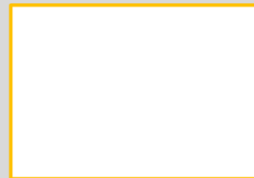
achterkant



omtrek rechthoek

voorkant

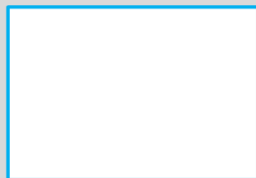
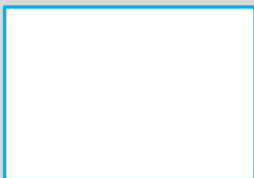
achterkant



oppervlakte cirkel

voorkant

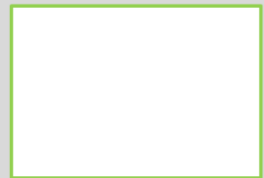
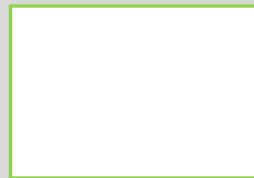
achterkant



omtrek cirkel

voorkant

achterkant



oppervlakte driehoek

voorkant

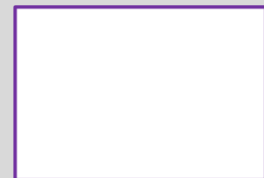
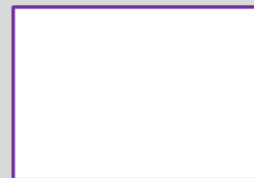
achterkant



oppervlakte parallellogram

voorkant

achterkant



Tijdens de lessen

De leerlingen hadden twee lesuren (van 45 minuten) nodig om alle kaartjes te maken. Ik heb daarvoor twee keer een 7^e uur op woensdag genomen. Hieronder schrijf ik puntsgewijs mijn waarnemingen tijdens die lesuren.

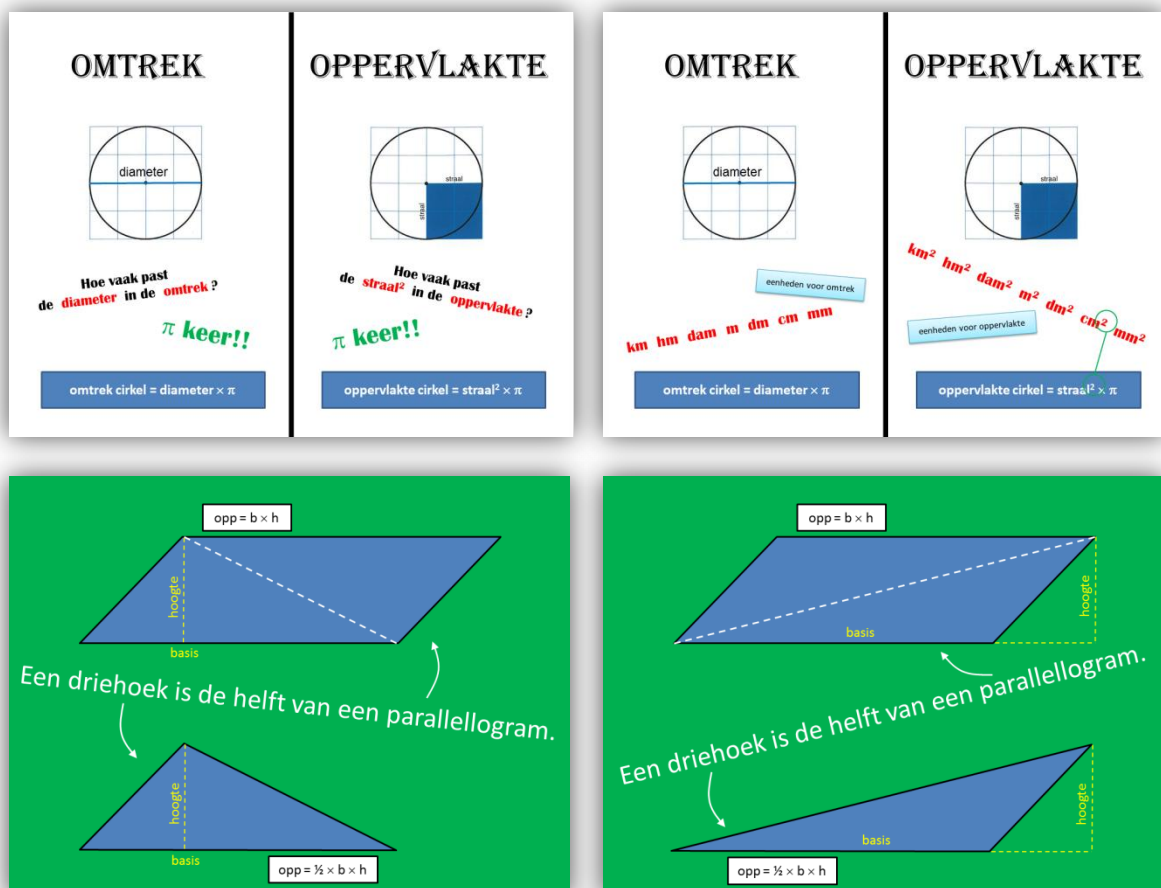
- De hele klas was er serieus mee bezig. Op een gegeven moment was het zelfs stil, zonder dat ik daar om vroeg.
- De verschillen tussen leerlingen kwamen nu heel duidelijk naar voren. Oliver maakte bijvoorbeeld hele nette kaartjes. Froukje maakte originele kaartjes, ze deed niemand na. Damian maakte er leuke tekeningen bij en Daan (normaal de beste leerling tijdens wiskunde) bleek niet erg creatief te zijn. Hij was het eerste klaar en zijn kaartjes waren niet kleurrijk of origineel. Hij liet ook merken er niet zoveel aan te vinden.
- Aan het einde van de eerste les begon de aandacht/concentratie te verslappen. Leerlingen gingen per ongeluk fouten maken.
- Een aantal leerlingen wist niet wat een rechthoek is. Oliver tekende een rechthoekige driehoek. Damian een rechte hoek. En Willemine wist helemaal niet wat ze moest tekenen. Dit was een echte eyeopener voor mij. De vorm van een rechthoek leer je al op de basisschool en ook hoe je de omtrek en oppervlakte ervan berekent. Ik dacht dat dit juist de makkelijkste figuur zou zijn.
- De leerlingen maakten niet alleen fouten in de formules, maar ook in de spelling van afzonderlijke woorden. Zo werd basis regelmatig als 'bassis' geschreven, oppervlakte als 'opervlakte' en breedte als 'breete'. Ik heb er nu voor gekozen dat zo te laten, al twijfelde ik daar wel over. Als er fouten in de formules stonden, heb ik ze daar uiteraard wel op gewezen.
- Vooral het parallellogram was moeilijk om te tekenen. Toch ging dat uiteindelijk best goed. Alleen Yasmine heb ik aangeraden een parallellogram uit het boek over te trekken.

Na afloop

- Toen de kaartjes af waren, heb ik ze (na schooltijd) voor de leerlingen gelamineerd. (In het reguliere onderwijs zou dit teveel werk zijn, maar met zeven leerlingen is het te doen.)



- De weken daarna heb ik ze elke les een paar minuten laten oefenen met hun eigen kaartjes (in tweetallen).
- In totaal heb ik drie keer getest of ze de formules kenden. De eerste test was vóóordat ze geoefend hadden met de kaartjes. De tweede test heb ik afgenomen na vier tot zeven keer oefenen. Steeds heb ik ervoor gezorgd dat er tussen het oefenen en het maken van de test een aantal dagen tijd zat. Dit om te voorkomen dat de formules uit het werkgeheugen werden gehaald. Ondanks dat ik de leerlingen verzocht de test netjes te maken, vond ik niet dat ze daar ontzettend hun best voor deden. Eigenlijk was ik niet van plan een SO te geven, maar de leerlingen vroegen er steeds om. Uiteindelijk heb ik dan toch maar een onverwachte SO gegeven (de derde test). Ook omdat ik wist dat ze dan in ieder geval hun uiterste best zouden doen. Ik wilde gewoon graag weten of de zelfgemaakte kaartjes hadden geholpen bij het beklijven van de formules.
- Ook heb ik ze een korte vragenlijst laten invullen over de formulekaartjes.
- Na de tweede test bleek dat sommige leerlingen de formules voor omtrek en oppervlakte cirkel omdraaiden. En ook de formules voor oppervlakte driehoek en oppervlakte parallellogram werden omgedraaid. Om het omdraaien te voorkomen heb ik een aantal dia's gemaakt. De eerste dia over de omtrek en oppervlakte van een cirkel heeft vooral met begrip te maken. De plaatjes van diameter en straal² moeten daarbij helpen. De tweede dia over cirkels is een ezelsbruggetje. Dit ezelsbruggetje werkt alleen als de leerling weet welke eenheden bij oppervlakte horen. Het is cm², dus ook straal². (Of dm², m², et cetera.) In de dia's over de oppervlakte driehoek en parallellogram maak ik visueel waarom er in de formule van een driehoek een ½ staat.



Uitslag TEST

Versie test : 1

Datum : 24 februari 2014

Klas : 2

Opmerkingen : eerste les na voorjaarsvakantie, niet geoefend, Oliver afwezig (hele week op vakantie)

Havoleerlingen

leerling	omtrek rechthoek	oppervlakte rechthoek	oppervlakte driehoek	oppervlakte parallelogram	omtrek cirkel	oppervlakte cirkel
Froukje	goed	goed	goed	fout	goed	goed
Daan	goed	goed	goed	goed	omgedraaid*	omgedraaid*
Nina	goed	goed	fout	fout	fout	fout
Oliver	-	-	-	-	-	-

Mavoleerlingen

leerling	omtrek rechthoek	oppervlakte rechthoek	oppervlakte driehoek	oppervlakte parallelogram	omtrek cirkel	oppervlakte cirkel
Willemine	fout	fout	goed	fout	goed	goed
Yasmine	fout	fout	fout	fout	fout	fout
Damian	fout	fout	fout	fout	goed	goed

*Daan heeft de formules voor oppervlakte en omtrek cirkel omgedraaid.

Uitslag TEST

Versie test : 2

Datum : 17 maart 2014

Opmerking 1 : Nina, Willemine, Yasmine en Damian hebben 7 keer vijf minuten geoefend met zelfgemaakte kaartjes.
Oliver, Froukje en Daan hebben 4 keer vijf minuten geoefend.

Opmerking 2 : 4 dagen tussen test en laatste keer oefenen

Havoleerlingen

leerling	omtrek rechthoek	oppervlakte rechthoek	oppervlakte driehoek	oppervlakte parallellogram	omtrek cirkel	oppervlakte cirkel
Froukje	goed	goed	goed	goed	omgedraaid*	omgedraaid*
Daan	goed	goed	omgedraaid*	omgedraaid*	omgedraaid*	omgedraaid*
Nina	goed	goed	goed	goed	goed	goed
Oliver	goed	goed	goed	fout	omgedraaid*	omgedraaid*

Mavoleerlingen

leerling	omtrek rechthoek	oppervlakte rechthoek	oppervlakte driehoek	oppervlakte parallellogram	omtrek cirkel	oppervlakte cirkel
Willemine	goed	goed	goed	goed	goed	goed
Yasmine**	fout	fout	fout	fout	fout	fout
Damian	goed	goed	fout	goed	omgedraaid*	omgedraaid*

*Froukje, Daan, Oliver en Damian hebben de formules voor oppervlakte en omtrek cirkel omgedraaid. Daan heeft ook de formules voor oppervlakte driehoek en oppervlakte parallellogram omgedraaid.

**Yasmine heeft ~~dyscalculie~~.

Uitslag onverwachte SO

Versie test : 3

Datum : 24 maart 2014

Opmerking 1 : nog 2 keer extra geoefend met de kaartjes

Opmerking 2 : 3 dagen tussen SO en laatste keer oefenen

Havoleerlingen

leerling	omtrek rechthoek	oppervlakte rechthoek	oppervlakte driehoek	oppervlakte parallellogram	omtrek cirkel	oppervlakte cirkel
Froukje	goed	goed	goed	goed	goed	goed
Daan	bijna goed*	goed	goed	goed	goed	goed
Nina	goed	goed	goed	goed	goed	goed
Oliver	bijna goed*	goed	goed	goed	goed	goed

Mavoleerlingen

leerling	omtrek rechthoek	oppervlakte rechthoek	oppervlakte driehoek	oppervlakte parallellogram	omtrek cirkel	oppervlakte cirkel
Willemine	goed	goed	goed	goed	goed	goed
Yasmine	omgedraaid**	omgedraaid**	fout	goed	omgedraaid**	omgedraaid**
Damian	goed	goed	goed	goed	omgedraaid**	omgedraaid**

*Daan schrijft $lengte + breedte \cdot 2$ in plaats van $(lengte + breedte) \cdot 2$. Oliver schrijft $lengte \cdot 2 + breedte \cdot 2$ in plaats van $(lengte + breedte) \cdot 2$.

**Yasmine heeft de formules voor omtrek rechthoek en oppervlakte rechthoek omgedraaid. Yasmine en Damian hebben de formules voor omtrek cirkel en oppervlakte cirkel omgedraaid.

ZELFGEMAAKTE KAARTJES MET FORMULES

Willemine

Beantwoord de volgende vragen.

1. Hoe vond je het om de kaartjes te maken?

- ☒ Leuk, want het was heel leuk om te doen en het was heel handig.
- ☐ Niks aan, want
- ☐ Anders, namelijk

2. Hoe vond je het om te oefenen met de kaartjes?

- ☒ Handig. Ik kan de formules nu beter onthouden.
- ☐ Leuk, maar niet nodig. Ik kan de formules ook wel onthouden zonder kaartjes.
- ☐ Onhandig. Ik kan de formules niet beter onthouden.
- ☐ Anders, namelijk

3. Heb je een tip voor me? Moet ik iets verbeteren in de opdracht?

NIKS!!!!!!!!!!!!!!

.....

.....

ZELFGEMAAKTE KAARTJES MET FORMULES

Yasmine

Beantwoord de volgende vragen.

1. Hoe vond je het om de kaartjes te maken?

- ☒ Leuk, want kindelijk iets anders
- ☒ Niks aan, want
- ☐ Anders, namelijk

2. Hoe vond je het om te oefenen met de kaartjes?

- ☐ Handig. Ik kan de formules nu beter onthouden.
- ☐ Leuk, maar niet nodig. Ik kan de formules ook wel onthouden zonder kaartjes.
- ☒ Onhandig. Ik kan de formules niet beter onthouden.
- ☐ Anders, namelijk

3. Heb je een tip voor me? Moet ik iets verbeteren in de opdracht?

Don't know

.....

.....

~~Daan~~
Daan

ZELFGEMAAKTE KAARTJES MET FORMULES

Beantwoord de volgende vragen.

1. Hoe vond je het om de kaartjes te maken?

- ☒ Leuk, want we deden geen saaie werk uit het boek.
- ☐ Niks aan, want
- ☐ Anders, namelijk

2. Hoe vond je het om te oefenen met de kaartjes?

- ☐ Handig. Ik kan de formules nu beter onthouden.
- ☐ Leuk, maar niet nodig. Ik kan de formules ook wel onthouden zonder kaartjes.
- ☐ Onhandig. Ik kan de formules niet beter onthouden.
- ☒ Anders, namelijk beter dan werken

3. Heb je een tip voor me? Moet ik iets verbeteren in de opdracht?

nee.

.....

.....

ZELFGEMAAKTE KAARTJES MET FORMULES

Beantwoord de volgende vragen.

1. Hoe vond je het om de kaartjes te maken?

- ☒ Leuk, want je maakt iets zelf en daar/leer je van
- ☐ Niks aan, want
- ☐ Anders, namelijk

2. Hoe vond je het om te oefenen met de kaartjes?

- ☒ Handig. Ik kan de formules nu beter onthouden.
- ☐ Leuk, maar niet nodig. Ik kan de formules ook wel onthouden zonder kaartjes.
- ☐ Onhandig. Ik kan de formules niet beter onthouden.
- ☐ Anders, namelijk

3. Heb je een tip voor me? Moet ik iets verbeteren in de opdracht?

nee

17

0

ZELFGEMAAKTE KAARTJES MET FORMULES

Beantwoord de volgende vragen.

1. Hoe vond je het om de kaartjes te maken?

- ☒ Leuk, want het was eens om het iets anders
- ☐ Niks aan, want _____
- ☐ Anders, namelijk al in alle

2. Hoe vond je het om te oefenen met de kaartjes?

- ☐ Handig. Ik kan de formules nu beter onthouden.
- ☐ Leuk, maar niet nodig. Ik kan de formules ook wel onthouden zonder kaartjes.
- ☐ Onhandig. Ik kan de formules niet beter onthouden.
- ☒ Anders, namelijk niks, aan alleen de formule van de cirkels vond ik leuk

3. Heb je een tip voor me? Moet ik iets verbeteren in de opdracht?

tip: doe vaker wat anders naar deze keer kaartjes maken. dan vind ik de les wat leuker want, dan is het wat meer afwisseling.

ZELFGEMAAKTE KAARTJES MET FORMULES

Beantwoord de volgende vragen.

1. Hoe vond je het om de kaartjes te maken?

- ☒ Leuk, want je hoefden niks te doen dra werk
- ☐ Niks aan, want X
- ☐ Anders, namelijk geen huiswerk

2. Hoe vond je het om te oefenen met de kaartjes?

- ☒ Handig. Ik kan de formules nu beter onthouden.
- ☐ Leuk, maar niet nodig. Ik kan de formules ook wel onthouden zonder kaartjes.
- ☐ Onhandig. Ik kan de formules niet beter onthouden.
- ☐ Anders, namelijk _____

3. Heb je een tip voor me? Moet ik iets verbeteren in de opdracht?

geen

Conclusies

Om conclusies te verbinden aan een onderzoek moet de groep veel groter zijn dan zeven leerlingen. Mijn onderzoek is dus geen écht onderzoek. Toch wil ik er wat opmerkingen bij plaatsen.

- De uitslag van de eerste test laat een duidelijk verschil zien tussen de mavo- en havoleerlingen. Nu is dit niet helemaal een realistisch beeld, omdat de mavoleerlingen op een reguliere school waarschijnlijk basis-/kaderniveau hebben. Maar er is in ieder geval een verschil te zien tussen de 'sterke' leerlingen en de 'zwakke' leerlingen.
- Ik had gehoopt dat na vier tot zeven keer oefenen met de zelfgemaakte kaartjes de formules zouden beklijven. De uitslag van de tweede test laat zien dat dit nog niet het geval was. Er werden vooral veel formules omgedraaid. Er waren zelfs leerlingen die de formules nu omdraaiden, terwijl ze dat bij de eerste test niet deden. Toch is er bij sommige leerlingen een duidelijke verbetering te zien. Bijvoorbeeld Nina (havo) en Willemine (mavo) hadden bij de tweede test alle formules goed.
- Na de onverwachte SO was ik pas echt tevreden. De havoleerlingen maakten (op een tweetal kleinigheden na) geen fouten meer. En ook de mavoleerlingen lieten een betere score zien. Zelfs Yasmine (extreme dyscalculie) schreef nu veel juiste formules op, maar helaas deed ze dat op de verkeerde plek. Damian draaide opnieuw de formules voor omtrek en oppervlakte cirkel om, terwijl hij tijdens de les liet merken dat hij het ezelsbruggetje snapte.
- Uit de vragenlijsten blijkt dat alle leerlingen het leuk vonden om de kaartjes te maken. Vooral omdat ze niet uit het boek hoefden te werken en omdat het een keer iets anders was. Froukje geeft mij de tip dat ik voor meer afwisseling moet zorgen tijdens de lessen. Over het oefenen met de kaartjes zijn de meningen verdeeld. De een vond het handig en had het gevoel dat hij/zij de formules daardoor beter kon onthouden. De ander vond het onhandig of niks aan.
- Ten slotte valt het mij op dat de formule van de oppervlakte van een driehoek tijdens de eerste twee testen niet door iedereen goed werd opgeschreven. Het ezelsbruggetje 'een halve bh' heeft blijkbaar toch niet zo goed gewerkt. Heel vreemd, omdat de leerlingen zelf steeds aangeven dat ze het een handig ezelsbruggetje vinden. Damian tekende bijvoorbeeld op zijn kaartje een halve bh. Toch schreef hij twee keer een verkeerde formule op de testen.

Handelingsalternatieven

- Tijdens de eerste les merkte ik dat sommige leerlingen onjuiste formules opschreven. Ik had er bewust voor gekozen de formules niet op het bord te schrijven. Dat leek me te makkelijk. Ik vond dat ze de formules zelf moesten opzoeken in het boek. Maar aan het eind van de eerste les was ik daar toch niet zo tevreden over. Leerlingen zijn nou eenmaal (meestal) niet zo perfectionistisch als ik. Er verschenen teveel fouten op de kaartjes. En wat heb je aan een kaartje als er een fout op staat? Daarom heb ik er de tweede les voor gekozen de formules op het bord te zetten. Zelfs toen werden er nog fouten gemaakt, maar in ieder geval een stuk minder. Een volgende keer zal ik dat weer doen.
- Ik heb er nu voor gekozen niet moeilijk te doen over spelfouten. Vijf van de zeven leerlingen heeft dyslexie en krijgt waarschijnlijk al vaak te horen dat hij/zij fouten maakt. Toch twijfelde ik wel. De lerares Nederlands zal me waarschijnlijk op m'n kop geven als ze de kaartjes ziet. De volgende

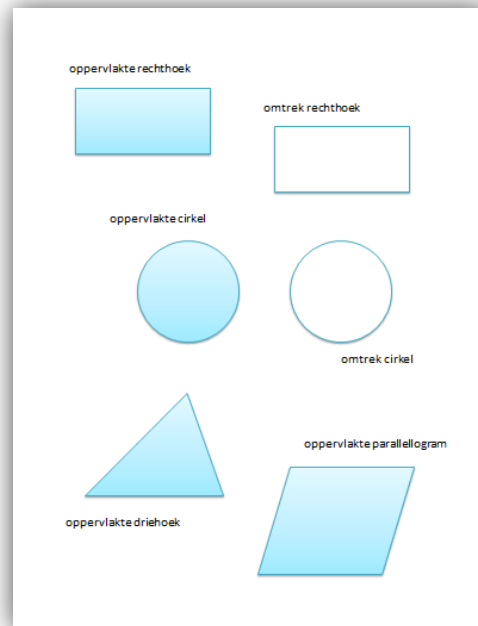
keer kan ik de leerlingen er van tevoren op attent maken dat ze ook op de spelling moeten letten. Ik schrijf dan de formules op het bord en zet een streep onder woorden die vaak fout worden gespeld.

- Daan is in klas 2 de beste leerling. Hij heeft de meeste wiskunde-onderwerpen snel onder de knie. Tijdens deze lessen bleek dat zijn creatieve kant een stuk minder ontwikkeld is (meervoudige intelligenties!). Naar mijn idee voegden zijn 'saaie' kaartjes niet zoveel toe. Samen met hem heb ik besloten zijn kaartjes niet te lamineren. Achteraf weet ik niet of ik daar goed aan heb gedaan. Misschien wordt hij nu nog onzekerder over zijn creatieve kant. Ik had beter alle leerlingen gelijk kunnen behandelen. Hij leek overigens geen moeite met de beslissing te hebben.
- Dat een aantal leerlingen niet wist hoe een rechthoek eruit ziet was een verrassing voor me. In de toekomst ga ik daar meer aandacht aan besteden. Als er in een opgave een rechthoek voorkomt, zal ik leerlingen er nog even aan herinneren hoe een rechthoek eruit ziet. Verder kan ik ze het verschil laten zien tussen een rechthoek, een rechthoekige driehoek en een rechte hoek. Ik vermoed dat vooral dyslectische leerlingen die woorden (en dus ook beelden) door elkaar halen.
- Als ik in een volgend schooljaar bij het onderwerp 'omtrek en oppervlakte' ben, zal ik meteen rekening houden met het omdraairisico. De dia's die ik daarbij gemaakt heb kan ik dan inzetten. Nog beter is om eerst de leerlingen zelf te laten ontdekken waarom bijvoorbeeld de $\frac{1}{2}$ in de formule voor de oppervlakte van een driehoek komt en niet in de formule van het parallellogram.
- Er zijn geen speciale formules voor de omtrek van een driehoek en van een parallellogram. Daarom heb ik ze daar geen kaartjes voor laten maken. Achteraf denk ik dat het beter is om ook voor de omtrek van die figuren een kaartje te laten maken. Een aantal leerlingen heeft helemaal geen gevoel bij 'omtrek'. Ze komen zelf niet op het idee om alle zijden bij elkaar op te tellen.
- De eerste twee testen heb ik door de leerlingen zelf na laten kijken. De laatste test (de onverwachte SO) heb ik nagekeken. Toen pas kwam ik achter een fout als 'lengte + breedte $\cdot$ 2' waarin de haakjes missen. Dit had ik eigenlijk eerder moeten zien. De volgende keer kan ik dit voorkomen door de testen na afloop van de les zelf door te kijken, of door met de leerlingen mee te kijken als ze aan het nakijken zijn.

Tot slot

- Iemand die over dit 'onderzoek' leest denkt misschien: 'Waarom laat je de leerlingen niet zelf de formule voor een figuur ontdekken? Dat werkt toch veel beter dan alleen maar de formules in het hoofd te stampen met formulekaartjes!' Daar ben ik het helemaal mee eens en dat was ook de eerste stap tijdens de lessen over omtrek en oppervlakte. Bij de omtrek van een cirkel bijvoorbeeld heb ik de leerlingen eerst met een touwtje de omtrek en diameter van verschillende cirkels laten meten. Zo hebben we samen pi benaderd en de formule voor de omtrek van een cirkel afgeleid. Op pi-dag (14 maart) heb ik de leerlingen op (een ronde) taart getrakteerd en voordat we de taart aansneden hebben we eerst de omtrek en diameter gemeten. Even kijken of de diameter weer precies pi keer in de omtrek paste. En dat was zo! Toch bleef de formule voor de omtrek van een cirkel niet meteen hangen. Daarom de formulekaartjes.

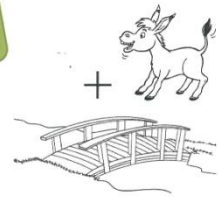
- Tijdens de SO heb ik de leerlingen niet alleen de formules laten invullen. Ik heb ze ook in de figuren laten aangeven wat ze bedoelen met *basis*, *hoogte*, *lengte*, *breedte*, *diameter* en *straal*. Hiermee kon ik checken of iedereen de formule begreep. Een paar leerlingen maakte inderdaad fouten bij bijvoorbeeld de hoogte van het parallellogram. Dit heb ik achteraf met de betreffende leerlingen besproken.



- Het doel van dit onderzoek was om te kijken of de zelfgemaakte kaartjes met zelfverzonnen beelden en kleuren ervoor zorgen dat de formules beter beklijven. Naar de uitslag van de SO kijkend, lijken de kaartjes geholpen te hebben. Maar komt dit alleen door de zelfgemaakte kaartjes? Of was het net zo goed gegaan met voorgedrukte kaartjes? En zijn de kaartjes noodzakelijk? Of is alleen heel veel herhaling van de formules al voldoende? Waarschijnlijk kom je dan ook heel ver. In een echt onderzoek moet met al deze factoren rekening gehouden worden door bijvoorbeeld in de ene groep te werken met zelfgemaakte kaartjes en in een andere groep te werken met voorgedrukte kaartjes en weer in een andere groep te werken zonder kaartjes.
- In mijn groepje leerlingen heeft vijf van de zeven leerlingen dyslexie. Dit is ruimt 70%. Ik vermoed dat dit hoge percentage invloed heeft op het moeizame beklijvingsproces. Misschien dat ik voor mijn afstudeerwerk nog wil uitzoeken welke invloed dyslexie heeft op het leren van woordjes en formules en wat een docent kan doen om het makkelijker voor dyslectische leerlingen te maken.

2. EEN HALVE BH

EZELSRUGGETJE



Beantwoord de volgende vragen.

In deze toets moest je steeds de oppervlakte van een driehoek berekenen. Tijdens de lessen heb ik jullie een ezelsbruggetje geleerd.

Schrijf het ezelsbruggetje op:

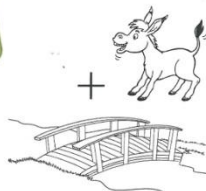
een halve bh

Wat vind je van het ezelsbruggetje? (Kruis aan wat van toepassing is.)

- ☒ Ik vind het een handig ezelsbruggetje! Daardoor kon ik de formule beter onthouden.
- ☐ Leuk bedacht, maar ik kon de formule ook wel onthouden zonder ezelsbruggetje.
- ☐ Ik vind het géén handig ezelsbruggetje. Ik heb 'm niet gebruikt.
- ☐ Anders, namelijk: _____

- 7 -

EZELSRUGGETJE



Beantwoord de volgende vragen.

In deze toets moest je steeds de oppervlakte van een driehoek berekenen. Tijdens de lessen heb ik jullie een ezelsbruggetje geleerd.

Schrijf het ezelsbruggetje op:

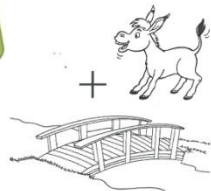
Een halve bh

Wat vind je van het ezelsbruggetje? (Kruis aan wat van toepassing is.)

- ☐ Ik vind het een handig ezelsbruggetje! Daardoor kon ik de formule beter onthouden.
- ☐ Leuk bedacht, maar ik kon de formule ook wel onthouden zonder ezelsbruggetje.
- ☐ Ik vind het géén handig ezelsbruggetje. Ik heb 'm niet gebruikt.
- ☒ Anders, namelijk: *Ik deed de berekening geheel anders namelijk basis x hoogte*
maar ik vind hem wel slim en handig redde.

- 7 -

EZELSRUGGETJE



Beantwoord de volgende vragen.

In deze toets moest je steeds de oppervlakte van een driehoek berekenen. Tijdens de lessen heb ik jullie een ezelsbruggetje geleerd.

Schrijf het ezelsbruggetje op:

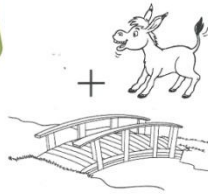
een halve BH

Wat vind je van het ezelsbruggetje? (Kruis aan wat van toepassing is.)

- ☐ Ik vind het een handig ezelsbruggetje! Daardoor kon ik de formule beter onthouden.
- ☐ Leuk bedacht, maar ik kon de formule ook wel onthouden zonder ezelsbruggetje.
- ☒ Ik vind het géén handig ezelsbruggetje. Ik heb 'm niet gebruikt.
- ☐ Anders, namelijk: _____

- 7 -

EZELSBRUGGETJE



Beantwoord de volgende vragen.

In deze toets moest je steeds de oppervlakte van een driehoek berekenen. Tijdens de lessen heb ik jullie een ezelsbruggetje geleerd. Schrijf het ezelsbruggetje op:

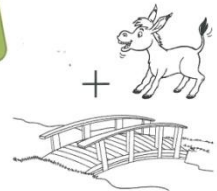
een halve bh

Wat vind je van het ezelsbruggetje? (Kruis aan wat van toepassing is.)

- ☒ Ik vind het een handig ezelsbruggetje! Daardoor kon ik de formule beter onthouden.
- ☐ Leuk bedacht, maar ik kon de formule ook wel onthouden zonder ezelsbruggetje.
- ☐ Ik vind het géén handig ezelsbruggetje. Ik heb 'm niet gebruikt.
- ☐ Anders, namelijk: _____

- 7 -

EZELSBRUGGETJE



Beantwoord de volgende vragen.

In deze toets moest je steeds de oppervlakte van een driehoek berekenen. Tijdens de lessen heb ik jullie een ezelsbruggetje geleerd. Schrijf het ezelsbruggetje op:

een halve BH

Wat vind je van het ezelsbruggetje? (Kruis aan wat van toepassing is.)

- ☐ Ik vind het een handig ezelsbruggetje! Daardoor kon ik de formule beter onthouden.
- ☒ Leuk bedacht, maar ik kon de formule ook wel onthouden zonder ezelsbruggetje.
- ☐ Ik vind het géén handig ezelsbruggetje. Ik heb 'm niet gebruikt.
- ☐ Anders, namelijk: _____

- 7 -

EZELSBRUGGETJE



Beantwoord de volgende vragen.

In deze toets moest je steeds de oppervlakte van een driehoek berekenen. Tijdens de lessen heb ik jullie een ezelsbruggetje geleerd. Schrijf het ezelsbruggetje op:

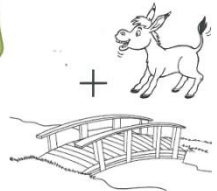
halve bh x

Wat vind je van het ezelsbruggetje? (Kruis aan wat van toepassing is.)

- ☐ Ik vind het een handig ezelsbruggetje! Daardoor kon ik de formule beter onthouden.
- ☐ Leuk bedacht, maar ik kon de formule ook wel onthouden zonder ezelsbruggetje.
- ☒ Ik vind het géén handig ezelsbruggetje. Ik heb 'm niet gebruikt.
- ☒ Anders, namelijk: ik vind het overal en afop er niks van

- 7 -

EZELSBRUGGETJE



Beantwoord de volgende vragen.

In deze toets moest je steeds de oppervlakte van een driehoek berekenen. Tijdens de lessen heb ik jullie een ezelsbruggetje geleerd. Schrijf het ezelsbruggetje op:

basis = zijde als je moet de b inde berekening opschrijven van zijde en als mensen die b vergeten moet en ze aan bh denken die bestaat voor basis en de H van Hoogte.

Wat vind je van het ezelsbruggetje? (Kruis aan wat van toepassing is.)

- ☒ Ik vind het een handig ezelsbruggetje! Daardoor kon ik de formule beter onthouden.
- ☐ Leuk bedacht, maar ik kon de formule ook wel onthouden zonder ezelsbruggetje.
- ☐ Ik vind het géén handig ezelsbruggetje. Ik heb 'm niet gebruikt.
- ☐ Anders, namelijk: _____

- 7 -

Antwoord	Aantal leerlingen
Ik vind het een handig ezelsbruggetje! Daardoor kon ik de formule beter onthouden.	3
Leuk bedacht, maar ik kon de formule ook wel onthouden zonder ezelsbruggetje.	1
Ik vind het geen handig ezelsbruggetje. Ik heb 'm niet gebruikt.	1
Anders, namelijk: <i>'ik deed de berekeningen geheel anders namelijk $\frac{\text{basis} \times \text{hoogte}}{2}$, maar ik vind hem wel slim en handig verder.'</i>	1
Anders namelijk: <i>'ik vind het verwarrend en snap er niks van.'</i>	1
Totaal	7

3. MATERIAALACTIVITEIT RECHTHOEKIGE DRIEHOEK

Benodigdheden

- ruimte op de vloer,
- een rol crêpepapier,
- kaarten met 'schuine zijde', 'rechthoekszijde' (2 keer), 'aanliggende rechthoekszijde' en 'overstaande rechthoekszijde',
- PowerPointpresentatie met opdrachten.

Doel van de activiteit

Aan het einde van de opdracht kunnen leerlingen in een rechthoekige driehoek de verschillende zijden benoemen.

De opdrachten (in PowerPoint)

De zijden in een rechthoekige driehoek

Het is de bedoeling dat jullie
als klas **samenwerken**.

INFORMATIE

- Er volgt nu eerst een samenwerkingsopdracht die is verdeeld in 12 stappen.
- Na de opdracht moet iedereen zelfstandig een paar opgaven maken om te checken of je het begrijpt.

OPDRACHT 1

Teken met crêpepapier een grote
rechthoekige driehoek op de grond.

OPDRACHT 2

Zet ook het teken van
de **rechte hoek** er in.

OPDRACHT 3

Leg het blad met **schuine zijde** bij de **schuine zijde** (= langste zijde).

OPDRACHT 4

Leg de bladen met **rechthoekszijde** bij de **rechthoekszijden** (twee keer).

OPDRACHT 5

Overleg waarom deze zijden **rechthoekszijden** heten.

OPDRACHT 6

Eén van de leerlingen gaat in een hoek van de driehoek staan (niet in de rechte hoek).

INFORMATIE

De rechthoekszijden hebben verschillende namen:

- **aanliggende rechthoekszijde**
- **overstaande rechthoekszijde**

OPDRACHT 7

Kijk vanuit de hoek waarin de leerling staat. Overleg welke zijde de **aanliggende rechthoekszijde** is.

OPDRACHT 8

Kijk vanuit de hoek waarin de leerling staat. Overleg welke zijde de **overstaande rechthoekszijde** is.

OPDRACHT 9

De leerling gaat nu in het andere hoekpunt staan (niet in de rechte hoek).

OPDRACHT 10

Welke rechthoekszijde is nu de **aanliggende**?

OPDRACHT 11

Welke rechthoekszijde is nu de **overstaande**?

INFORMATIE

Een rechthoekige driehoek heeft dus drie zijden.

- **schuine zijde (langste zijde)**
- **aanliggende rechthoekszijde**
- **overstaande rechthoekszijde**

Welke rechthoekszijde de aanliggende is of de overstaande is, hangt af vanuit welke hoek je kijkt.

OPDRACHT 12

Overleg hoe je makkelijk kunt onthouden wat de namen van de zijden zijn. Iedereen moet het kunnen uitleggen!

INFORMATIE

Nu volgen de opgaven die je zelfstandig moet maken.
Schrijf de antwoorden in je schrift.

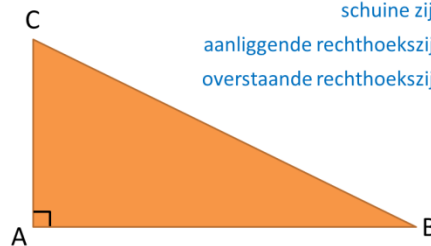
OPGAVE 1

kijk vanuit $\angle B$

schuine zijde =

aanliggende rechthoekszijde =

overstaande rechthoekszijde =



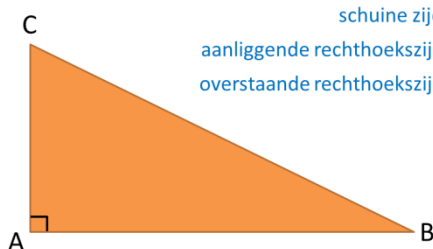
OPGAVE 2

kijk vanuit $\angle C$

schuine zijde =

aanliggende rechthoekszijde =

overstaande rechthoekszijde =



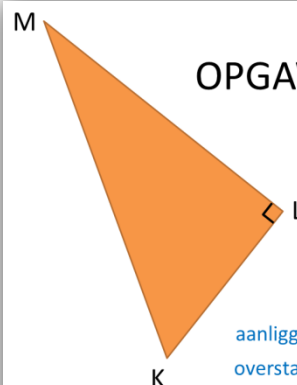
OPGAVE 3

kijk vanuit $\angle K$

schuine zijde =

aanliggende rechthoekszijde =

overstaande rechthoekszijde =



OPGAVE 4



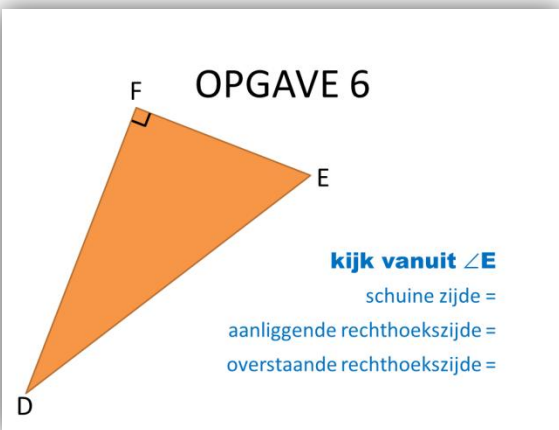
kijk vanuit $\angle M$
 schuine zijde =
 aanliggende rechthoekszijde =
 overstaande rechthoekszijde =

OPGAVE 5



kijk vanuit $\angle D$
 schuine zijde =
 aanliggende rechthoekszijde =
 overstaande rechthoekszijde =

OPGAVE 6

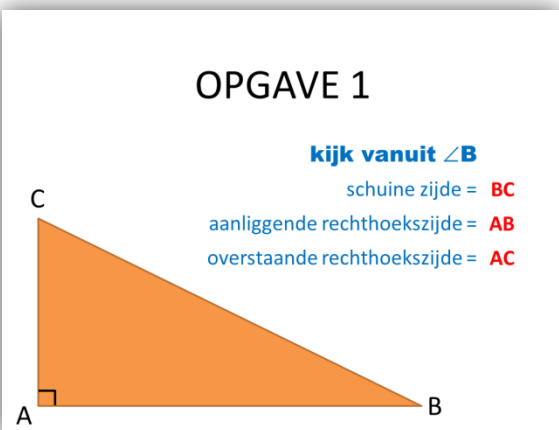


kijk vanuit $\angle E$
 schuine zijde =
 aanliggende rechthoekszijde =
 overstaande rechthoekszijde =

INFORMATIE

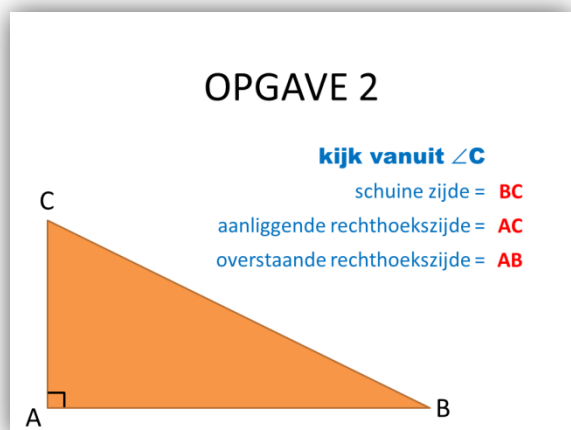
Nu volgen de antwoorden.
 Kijk je antwoorden na.

OPGAVE 1



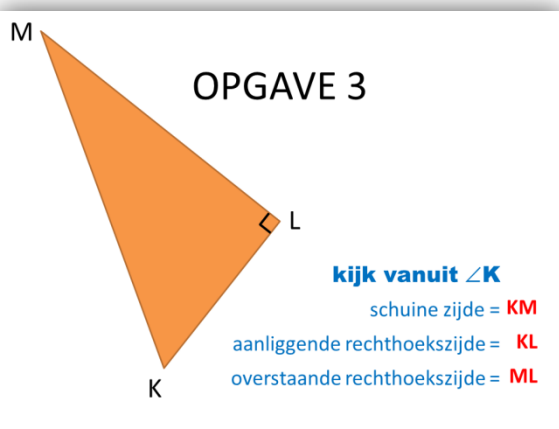
kijk vanuit $\angle B$
 schuine zijde = **BC**
 aanliggende rechthoekszijde = **AB**
 overstaande rechthoekszijde = **AC**

OPGAVE 2



kijk vanuit $\angle C$
 schuine zijde = **BC**
 aanliggende rechthoekszijde = **AC**
 overstaande rechthoekszijde = **AB**

OPGAVE 3



kijk vanuit $\angle K$
 schuine zijde = **KM**
 aanliggende rechthoekszijde = **KL**
 overstaande rechthoekszijde = **ML**

OPGAVE 4



kijk vanuit $\angle M$
 schuine zijde = **KM**
 aanliggende rechthoekszijde = **ML**
 overstaande rechthoekszijde = **KL**



Reflectie op de les

Ik geef geen les aan de derde klas en daarom heb ik de materiaalactiviteit uitgeprobeerd in de tweede klas. De leerlingen waren al bekend met de begrippen 'rechthoekige driehoek', 'schuine zijde (langste zijde)' en 'rechthoekszijde'. Deze begrippen hebben ze geleerd bij de Stelling van Pythagoras.

Voorafgaand aan de opdrachten moesten de leerlingen ruimte op de vloer maken. Vervolgens begeleidde ik de leerlingen door de opdrachten heen met behulp van de presentatie. Bij zo'n soort opdracht is de kans groot dat één of twee leerlingen alles uitvoeren en daarom lette ik goed op dat iedereen meedeed (zes leerlingen). Het uitvoeren van de opdrachten ging goed, maar de leerlingen hadden wel moeite met het overleggen. In plaats van met elkaar te overleggen zochten ze bevestiging bij mij. Dat komt waarschijnlijk omdat ik er zo dicht met mijn neus bovenop stond. Als ik deze opdracht in de toekomst nog een keer laat doen, dan is het een idee om met rollen te werken. "Een krachtige ondersteuning bij het realiseren van wederzijdse afhankelijkheid is het hanteren van rollen. Door elk groepslid een rol toe te wijzen, wordt een duidelijke verdeling tussen leerlingen vastgesteld. Dit maakt het samen leren effectiever" (Ebbens, 2009, p. 96). Een van de rollen zou dan kunnen zijn: overlegger. Dat is de leerling die het overleg in de gaten houdt. Hij of zij moet zorgen dat er overleg plaatsvindt en dat er een conclusie uit het overleg naar voren komt.

Na afloop van de opdrachten moesten de leerlingen zelfstandig zes opgaven maken. Tijdens het nakijken bleek dat iedereen de zijden goed kon benoemen, dus de materiaalactiviteit heeft gewerkt. Omdat dit onderwerp in de tweede klas eigenlijk nog niet aan de orde komt, heb ik er geen vervolgoopdrachten meer aan gekoppeld. In de derde klas zou ik in een vervolgles het YouTube-filmpje (genoemd in het afstudeerwerk op pagina 34) laten zien. De herhaling zorgt ervoor dat de lesstof beter beklijft.

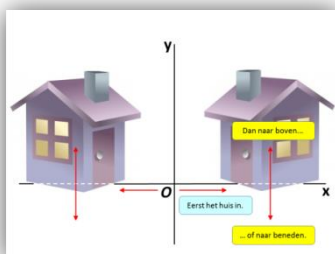
In een grote klas (reguliere onderwijs) is het waarschijnlijk niet handig om de hele klas als één groep te laten samenwerken. Ik zal dan de klas moeten verdelen in groepjes van vier of vijf leerlingen.



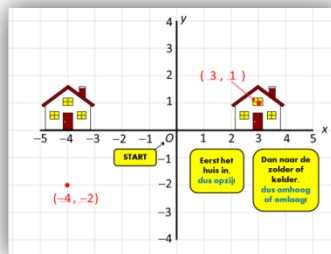
foto materiaalactiviteit rechthoekige driehoek

4. BRONNEN DIA'S

BRONNEN GEHEUGENSTEUNTJES/EZELSBRUGGETJES



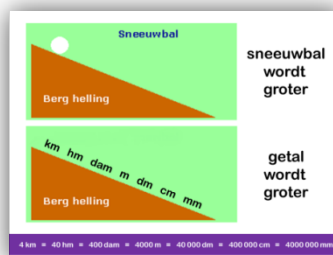
Idee via: www.ezelsbrug.nl



Idee verbetering: Rob van Stormbroek



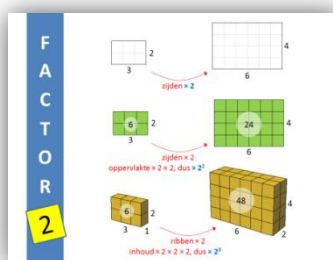
Stappenplan van: Polya G. (2013)



Idee via: Timo Raben

zijde	cm km	dm mm m	vergrotings- factor	K
oppervlakte	cm ² km ²	dm ² mm ² m ²		k ²
inhoud	cm ³ km ³	dm ³ mm ³ m ³		k ³

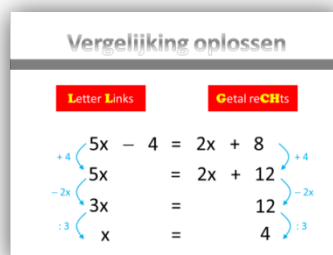
Idee via: Timo Raben



Aanvulling bij 'vergrotingsfactor'

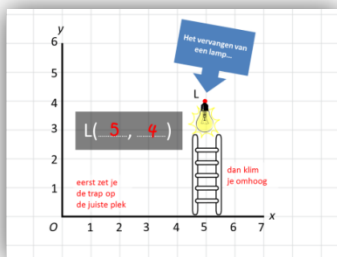


Idee via: Timo Raben



Idee via: Timo Raben

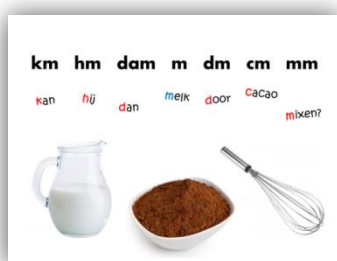
BRONNEN GEHEUGENSTEUNTJES/EZELSBRUGGETJES



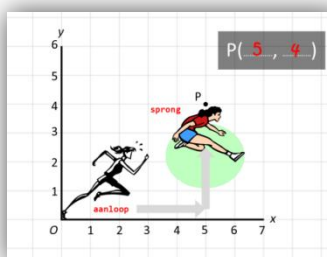
Idee via: Timo Raben



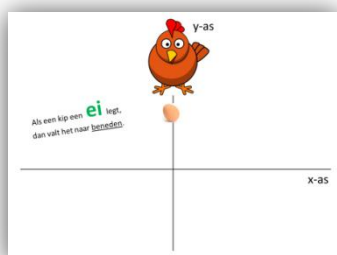
Idee via: Timo Raben



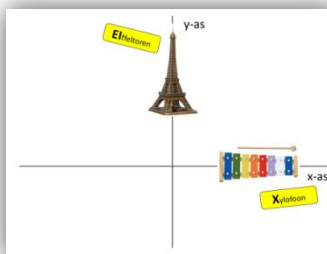
Idee via: Timo Raben



Idee via: Annemarie Dercksen



Idee via: Pieter de Ruiter



Idee via: www.ezelsbruggetje.nl



Idee via: Monique van Rijkom

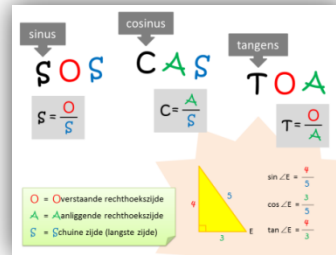


Idee via: www.ezelsbruggetje.nl

BRONNEN GEHEUGENSTEUNTJES/EZELSBRUGGETJES



Idee via: Rob van Stormbroek



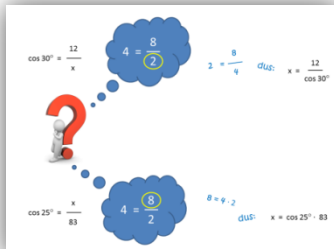
Idee via: ? (algemeen bekend ezelsbruggetje)



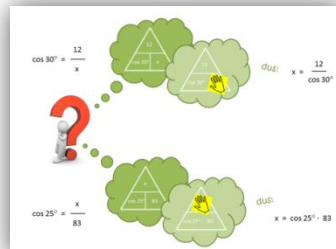
Idee van of via: Chung Han



Idee via: Pieter de Ruiter



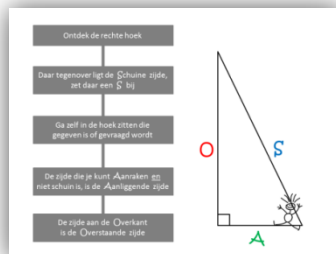
Idee via: ? (algemeen bekende methode)



Idee via: Pieter de Ruiter



Idee via: Ronald Wilms



Idee via: Chung Han

BRONNEN GEHEUGENSTEUNTJES/EZELSBRUGGETJES



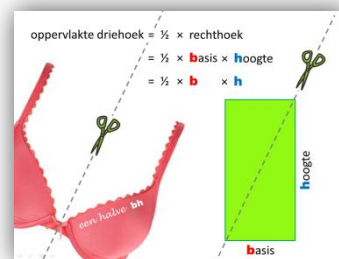
Idee via: Monique van Rijkom

	uitleg	voorbeeld
	OMtrek = er OMheen	Een trek set je ergens OMheen, je berekent dus de OMtrek.
	OPervlakte = er OP (berekent)	Grammatica leg je ergens OP, je berekent dus de OPervlakte.
	INhoud = er IN	Soep zit IN een blik, je berekent dus de INhoud.

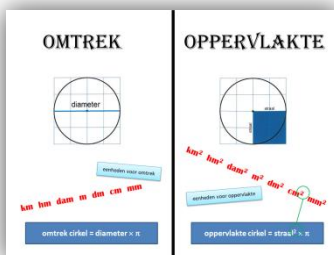
Idee via: www.ezelsbruggetje.nl



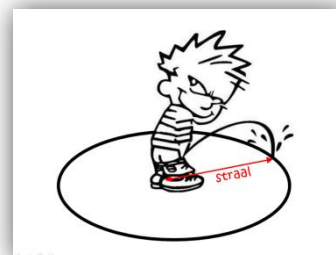
Idee via: www.ezelsbruggetje.nl



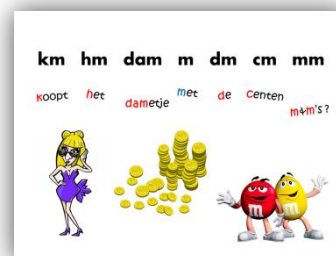
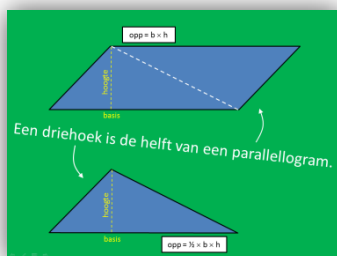
Verbetering van: Rob van Stormbroek



Idee via: www.ezelsbruggetje.nl

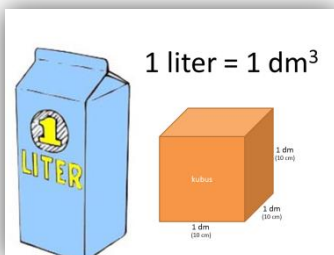


Idee via: Ronald Wilms

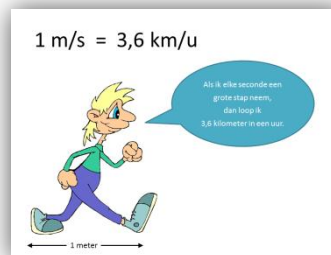


Idee van: Frederieke van Stormbroek

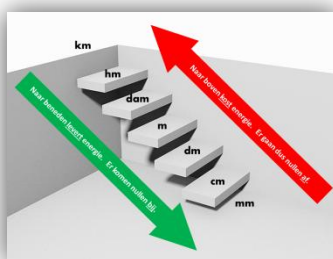
BRONNEN GEHEUGENSTEUNTJES/EZELSBRUGGETJES



Idee via: Pieter de Ruiter



Idee via: Pieter de Ruiter



Idee via: Chung Han



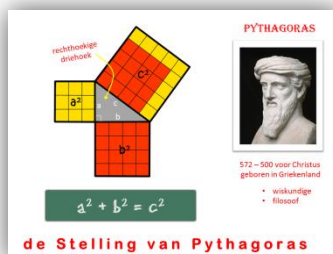
Idee via: Getal en Ruimte



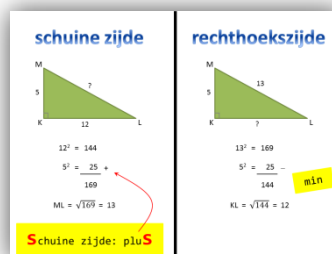
Idee via: Pieter de Ruiter



Idee via: Rob van Stormbroek

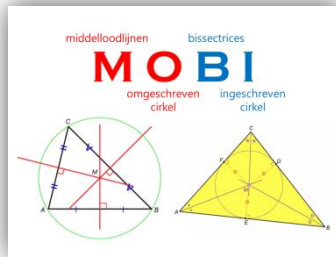


Idee van: Pythagoras



Idee via: Pieter de Ruiter

BRONNEN GEHEUGENSTEUNTJES/EZELSBRUGGETJES



Idee via: www.ezelsbruggetje.nl



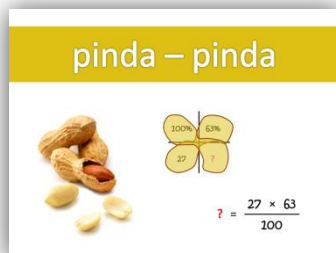
Idee via: Monique van Rijkom



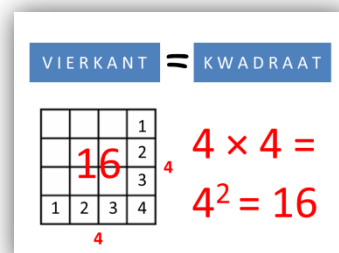
Idee via: Joep Roozen



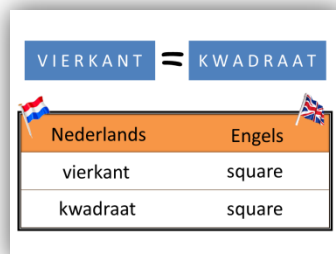
Idee via: www.ezelsbruggetje.nl



Idee van of via: Maarten de Beer



Idee via: Rob van Stormbroek



Idee via: Rob van Stormbroek



Idee via: Getal en Ruimte

BRONNEN GEHEUGENSTEUNTJES/EZELSBRUGGETJES

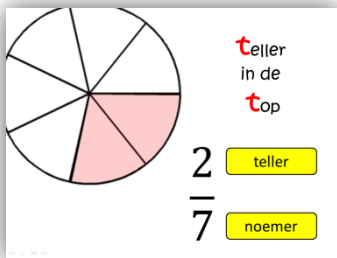
bewerkingen	
som	+
verschil	-
product	x
quotiënt	:

quotiënt

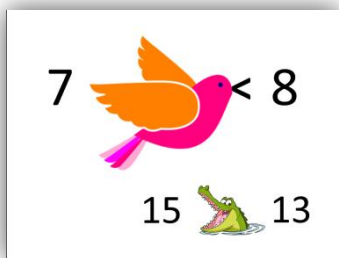
Idee via: www.ezelsbruggetjes.nl

mijn bil trilt	
miljoen	1.000.000
miljard	1.000.000.000
biljoen	1.000.000.000.000
biljard	1.000.000.000.000.000
triljoen	1.000.000.000.000.000.000
triljard	1.000.000.000.000.000.000.000

Idee via: www.ezelsbruggetje.nl



Idee via: www.ezelsbruggetje.nl



Idee via: ? (algemeen bekend)

klein < groot

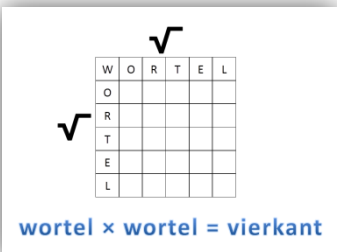
groot > klein

gelijk = gelijk

Idee via: Rob van Stormbroek



Idee via: www.ezelsbruggetje.nl



Idee via: Rob van Stormbroek

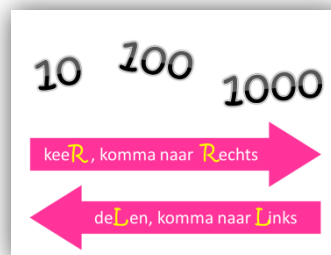
$3a + 2b$ kan niet korter

 = ?

BRONNEN GEHEUGENSTEUNTJES/EZELSBRUGGETJES



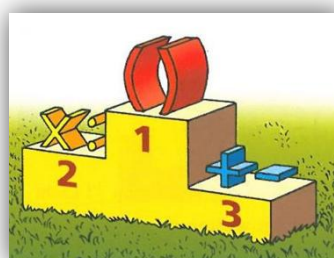
Idee via: Annemarie Dercksen



Idee via: www.ezelsbruggetje.nl



Idee via: Birgit Billows



Afbeelding uit: Moderne Wiskunde



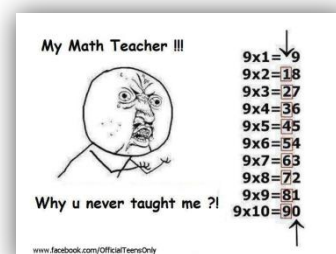
Idee via: Annemarie Dercksen

De Romeinse cijfers		
Symbol	Getal	Woord
I	1	Ik
V	5	Verving
X	10	Xanders
L	50	Lekkere
C	100	Citroenen
D	500	Door
M	1000	Mandarijnen

Idee via: Samira Tchecour



Idee via: www.ikleerinbeelden.nl

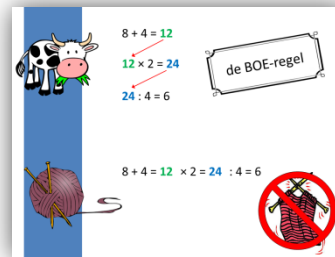


Idee via: Samira Tchecour

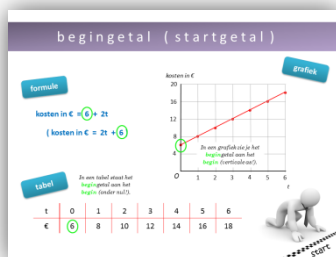
BRONNEN GEHEUGENSTEUNTJES/EZELSBRUGGETJES



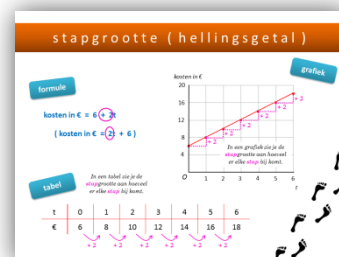
Idee via: Timo Raben



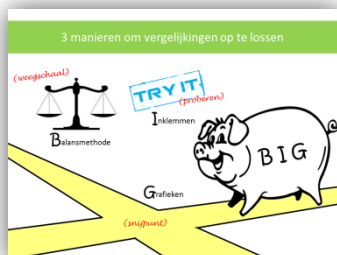
Vervolgdiagram BOE-regel



Idee via: ? (Getal en Ruimte)



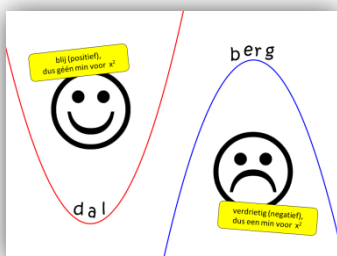
Idee via: ? (Getal en Ruimte)



Idee van: Frederieke van Stormbroek



Idee via: Ronald Wilms



Idee via: www.ezelsbruggetje.nl



Idee via: www.ezelsbruggetje.nl