

Bachelorthesis

Rekenen op begripsvorming van strategieën bij van keersommen

“Wie niet met getallen kan omgaan is in de huidige samenleving
onmiddellijk uitgeteld, maar wie rekenkennis met inzicht kan toepassen
wint er een wereld bij” (Kool & De Moor, 2009, p. 10).

Katholieke Pabo Zwolle

Iris Ann van der Ploeg
Haarlemmermeer 21
8302 NP Emmeloord
i.ploeg@kpz.nl
940908002

Bachelorlorthesis
V4BATH01
Anneke Wösten

R.K.B.S. De Horizon te Ens
BOA: Peter Dekkers

11-05-2015

Voorwoord

Deze bachelorthesis vormt één van de afstudeeropdrachten van het laatste jaar van de Katholieke Pabo in Zwolle. Geheel vrij in de keuze van het vakgebied en het onderwerp heb ik gekozen voor begripsvorming bij de strategieën van vermenigvuldigingen. Dit kwam niet vanuit een praktijkprobleem, maar vanuit mijn eigen interesse. Doordat dit een grote opdracht is, waarin veel tijd en energie wordt gestoken, heb ik gekozen voor iets waar ik zelf nog niet veel van af weet, wat mij erg leerzaam en leuk lijkt en wat bijdraagt aan mijn professionele identiteit.

Het begin van dit onderzoek verliep niet heel soepel. Ik vond het lastig waar en hoe ik moest beginnen. Naarmate ik begonnen was, werd het onderwerp steeds breder en groter, doordat ik veel belangrijk en interessant vond. Nadat ik me heel breed had georiënteerd, heb ik me gefocust. Toen ik voor mezelf helder had wat ik precies wilde onderzoeken, was ik erg gemotiveerd en heb ik nagedacht over hoe ik het zou kunnen onderzoeken.

Tijdens de literatuurstudie heb ik kennis opgedaan, waar ik tot dan toe niet van op de hoogte was. Door in gesprek te gaan met collega's en vakdocenten, heb ik nog meer informatie en kennis verkregen en ervaringen gehoord.

De meest relevante theorie heb ik in het theoretisch kader verwerkt. Daarnaast is het ook in het onderzoeksontwerp toegepast. Het ontwerp is gedurende zes weken uitgevoerd.

Ik heb ontzettend veel plezier beleefd aan de uitvoering en het als erg leerzaam ervaren.

Met deze bachelorthesis werd ik begeleid door Anneke Wösten, rekendocent van de KPZ. Zij heeft mij geholpen om me te focussen op één onderwerp en daarbij andere –ook interessante– informatie te schrappen. Daarnaast heeft ze me meer gemotiveerd dan dat ik was, doordat ze enthousiast was over het onderwerp en het ontwerp. Tijdens consultaties heeft ze goede punten gezegd, waardoor ik mijn onderzoek en ontwerp meer en beter aan kon scherpen.

Ik wil Ilona Sluyter en Marita Nijboer heel erg bedanken voor de mogelijkheid om het onderzoek in hun klas uit te voeren, er tijd voor in te plannen en deel uit te maken van het ontwerp. Daarnaast wil ik hen bedanken voor de vrijheid die ik kreeg om zelf wekelijks in de klas met de kinderen een strategie te behandelen.

Ik wil groep 4 heel erg bedanken, doordat ik bij hun het onderzoek heb uitgevoerd. Door hun inzet en enthousiasme, werd ik zelf ook een stuk enthousiaster.

Onderzoek heb ik tot deze bachelorthesis altijd als moeten gezien en ervaren, maar doordat we nu veel vrijheid kregen, kon ik kiezen voor iets wat ik zelf écht wilde waardoor ik intrinsiek gemotiveerd was. Die vrijheid vond ik soms lastig, omdat er weinig structuur was of eisen vaststonden, maar ook erg fijn doordat ik nu een onderwerp kon kiezen wat ik écht zelf wilde. Ik heb ontzettend veel geleerd over begripsvorming en het belang daarvan. Ik heb begripsvorming aan keersommen gekoppeld, maar begripsvorming is de basis van elk domein en essentieel voor het verdere rekenen. Dit zal ik volgende jaren ook breder trekken. Doordat ik heb gekozen voor iets wat mij zelf interessant leek en doordat de uitvoering erg leuk was, heb ik er veel plezier aan beleefd.

Ik hoop dat zowel de opgedane kennis als het enthousiasme in het verslag terug te lezen en te zien is.

Iris Ann van der Ploeg

Inhoudsopgave

Voorwoord	2
Inhoudsopgave	3
Samenvatting	5
1. Introductie	6
2. Theoretisch kader	9
2.1 Inleiding literatuurstudie	9
2.2 Literatuurstudie	9
2.2.1 Wat is het belang van begripsvorming in het reken-wiskunde onderwijs?	9
2.2.2 Op welke wijze kan een leerkracht de begripsvormende fase van de kinderen begeleiden?	10
2.2.3 Welke knelpunten kunnen leerlingen ervaren met betrekking tot begripsvorming?	13
2.2.4 Hoe kan het domein vermenigvuldigen aangeboden worden?	13
2.3 Conclusie literatuurstudie	15
3. Vooronderzoek	17
3.1 Methode vooronderzoek	17
3.2 Resultaten vooronderzoek	19
3.2.1 Welke factoren die bijdragen aan begripsvorming van vermenigvuldigen komen terug in de methode Alles Telt?	19
3.2.2. In hoeverre komt de leerkracht tegemoet aan begripsvorming gedurende de rekenles?	20
3.2.3 Wat is de huidige stand van de leerlingen met betrekking tot begripsvorming bij keersommen?	21
3.3 Conclusie vooronderzoek	22
4. Onderzoek naar het ontwerp	24
4.1 Methode onderzoek naar het ontwerp	24
4.1.1 Beschrijving van het ontwerp en ontwerpcriteria	24
4.1.2 Monitoren	25
4.1.3 Meten	26
4.2 Resultaten onderzoek naar het ontwerp	28
4.3 Conclusie onderzoek naar het ontwerp	32
4.3.1 In welke mate heeft deze methodiek in de praktijk bijgedragen aan het ontwikkelen van begripsvorming bij strategieën van keersommen?	32
4.3.2 Hoe kan een leerkracht tegemoet komen aan begripsvorming bij strategieën met betrekking tot vermenigvuldigen?	32

5. Discussie	34
Literatuurlijst	36
Bijlagen	38
Bijlagen A – Evaluatie.....	38
Bijlagen B – Verklaring uitvoering praktijk.....	40
Bijlagen C – Meetinstrumenten	41
1.1 Methode vooronderzoek	41
1.2 Resultaten vooronderzoek.....	52
1.3 Methode ontwerp	64
1.4 Resultaten ontwerp.....	71
Bijlagen D – Afbeeldingen	79
Bijlagen E – Beschrijving ontwerp.....	89

Samenvatting

“Die tafels kennen ze nog steeds niet”, verzochten veel leraren in de bovenbouw. Toch hebben hun collega’s in eerdere groepen veel aandacht aan de tafels besteed. Wat maakt dat (te) veel leerlingen die kennis ook weer snel kwijtraken?” schrijft De Pater (2015). Geary (2004) beschrijft dat er steeds meer wetenschappelijk onderzoek komt waaruit blijkt dat er een relatie is tussen getalbegrip en de onderliggende problemen bij rekenstoornissen. Elk domein begint bij begripsvorming. Doordat in groep 4 de tafels (pas) werden aangeboden, is gekozen voor de begripsvorming bij strategieën rondom keersommen. De hoofdvraag was dan ook:

“Hoe kan een leerkracht tegemoet komen aan begripsvorming bij strategieën met betrekking tot keersommen?”

De volgende deelvragen werden opgesteld welke zouden leiden tot het kunnen beantwoorden van de hoofdvraag.

- 1 *Wat is het belang van begripsvorming in het reken-wiskunde onderwijs?*
- 2 *Op welke wijze kan een leerkracht de begripsvormende fase van leerlingen begeleiden?*
- 3 *Welke knelpunten kunnen leerlingen ervaren met betrekking tot begripsvorming?*
- 4 *Welke factoren die bijdragen aan begripsvorming van keersommen komen terug in de methode Alles Telt?*
- 5 *In hoeverre komt de leerkracht tegemoet aan begripsvorming gedurende de rekenles?*
- 6 *Wat is de huidige stand van de leerlingen met betrekking tot begripsvorming van strategieën bij keersommen?*
- 7 *In welke mate heeft deze methodiek in de praktijk bijgedragen aan het ontwikkelen van begripsvorming bij strategieën rondom keersommen?*

De generieke deelvragen (1, 2 en 3), werden beantwoord door literatuurstudie. De contextgebonden deelvragen (4, 5 en 6) werden door middel van een vooronderzoek beantwoord. Er werden passende methodes en methodieken gekozen, waardoor er een zo goed en volledig mogelijk beeld ontstond. Er is een nauwelijks gestructureerde interview bij de leerkracht gedaan, een gestructureerde vragenlijst door de leerkracht ingevuld en een enquête door de leerlingen ingevuld. Aan de hand van opgedane kennis en bevindingen werd een ontwerp opgesteld. Doordat leerkrachten soms te snel door de fase van begripsvorming gaan, wordt er geen goede begripsvorming ontwikkeld wat consequenties in een later stadium met zich mee kan brengen. Door de leerlingen een goede begripsvorming te laten ontwikkelen, kunnen verdere problemen voorkomen worden.

Het ontwerp liet elke week een andere strategie centraal staan en daarnaast herhaalde de leerkracht de behandelde strategieën. Door betekenisvolle contexten te geven, concreet materiaal in te zetten en een koppeling te maken met de werkelijkheid, werd de begripsvorming van kinderen ontwikkeld. Als leerkracht moet je leerlingen betekenis laten verlenen aan rekenwiskundig handelen en de rekenwiskundige concepten en rekentaal bij de kinderen ontwikkelen. Door het doel te benoemen en weer te geven, zullen leerlingen zich daar bewuster van worden. Dit werd in het ontwerp door middel van een rekenmuur vormgegeven. Elke strategie kreeg zijn eigen kleur, waardoor het verschil duidelijk werd voor de kinderen.

Na de uitvoering van het ontwerp werd er een eindmeting afgenomen. Hiermee kon de laatste deelvraag met betrekking tot het ontwerp (7) beantwoord worden. Vervolgens kon de hoofdvraag beantwoord worden.

Zowel de leerkrachten als de leerlingen waren erg enthousiast over het ontwerp. De uitvoering is goed verlopen. De leerkrachten geven aan dat de begripsvorming bij de kinderen meer en beter ontwikkeld is en de leerlingen geven aan de keersommen nu beter te begrijpen. De leerkrachten geven aan dat de leerlingen gemakkelijker keersommen op kunnen halen en uit kunnen rekenen.

1. Introductie

In de introductie wordt de aanleiding, het praktijkprobleem, de relevantie, de actualiteit, het onderzoeksdoel, de hoofdvraag en de deelvragen ingeleid. Daarnaast wordt de structuur van de thesis beschreven.

1.1 Aanleiding praktijkprobleem

“Die tafels kennen ze nog steeds niet”, verzuchten veel leraren in de bovenbouw. Toch hebben hun collega’s in eerdere groepen veel aandacht aan de tafels besteed. Wat maakt dat (te) veel leerlingen die kennis ook weer snel kwijtraken?” schrijft De Pater (2015). Ook schrijft ze dat de stagnatie bij de tafels niet begint in de fase van vlot leren rekenen, waarbij ontwikkelde oplossingsprocedures nodig waren, maar bij begripsvorming.

Oonk, Keijzer, Lit, Den Engels en Van Waveren Hogervorst (2011) schrijven ook dat getalbegrip aan de basis ligt van tal van reken-wiskundeactiviteiten.

Van Luit (2012) schrijft dat een leerling aangewezen is op onthouden, wanneer er geen begrip (getalbegrip en inzicht in rekenprocedures) is. Wanneer de betekenis op een basaal niveau niet aan de orde is, zal dit bij complexe rekentaken steeds meer tot verdere beperkende consequenties zal leiden. “Om de getallenwereld te begrijpen is het noodzakelijk dat leerlingen goede rekenwiskundige concepten ontwikkelen en er de verbanden tussen leren zien” (Van Groenestijn, Borhouts & Janssen, 2011, p. 32).

Nelissen (2012) schrijft dat contexten bijdragen aan de motivatie voor het leren. Daarnaast geeft de context betekenis voor kinderen, waardoor wiskundig handelen ook betekenis voor hun krijgt. “Een context die betekenis heeft, kan dus wel degelijk een positieve en sturende invloed uitoefenen op het denken en mathematiseren” (p.25). Verschoor (2010) schrijft dat het naast werkelijke, betekenisvolle contexten en activiteiten ook belangrijk is om een koppeling te maken met het dagelijks leven.

Dit onderwerp is niet gekozen doordat er veel problemen waren met betrekking tot begripsvorming rondom vermenigvuldigen in groep 4 van De Horizon in Ens. Dit onderwerp is ook niet gekozen doordat de resultaten van vermenigvuldigingen onder niveau was. Dit onderwerp is gekozen doordat kinderen er op latere leeftijd tegen aan lopen wanneer ze geen begrip hebben bij een som en niet inzien waarom ze een som op een bepaalde manier moeten uitrekenen. Sommige leerkrachten en sommige methoden gaan te snel door de fase van begripsvorming heen, waardoor dat consequenties kan hebben op de verdere rekenontwikkeling van het kind op elk domein. Doordat groep 4 tijdens de periode van de bachelorthesis in aanraking kwam met keersommen, is voor dat domein gekozen. Tijdens dit onderzoek zullen interventies worden uitgevoerd, wat volgende jaren als preventies kunnen worden uitgevoerd, waardoor de begripsvorming van de kinderen zo goed mogelijk ontwikkeld wordt.

1.2 Relevantie en actualiteit

“Er komt steeds meer wetenschappelijk onderzoek waaruit blijkt dat er een relatie is tussen getalbegrip en de onderliggende problemen bij rekenstoornissen (Geary, 1993). Ook lijkt het erop dat instructie die op verbeteren van getalbegrip gericht is, leidt tot minder uitvallers(…)” (Braams & Denis, 2003, p. 2). Doordat elk domein begint bij begripsvorming, is het van groot belang dat dit goed wordt ontwikkeld, omdat het anders consequenties op de verdere rekenontwikkeling van het kind met zich meebrengt.

Groenestijn e.a. (2011) schrijven dat sommige problemen met rekenwiskunde en dyscalculie zijn af te leiden uit het feit dat de begripsvorming van de kinderen onvoldoende is. Het is dus

van groot belang dat dit op een goede manier aangeboden wordt, waarbij wordt ingespeeld op de verschillende niveaus van de kinderen.

1.3 Begripsverheldering

Begripsvorming

Van Groenestijn e.a. (2011) schrijven dat begripsvorming de conceptontwikkeling en het verlenen aan kennis en vaardigheden is. Zij onderscheiden onder begripsvorming drie punten:

- Verlenen van betekenis aan rekenwiskundig handelen (semantiseren);
- Ontwikkelen van rekenwiskundige concepten;
- Ontwikkelen van rekentaal

Betekenisvol

Oonk e.a. (2014) schrijven dat betekenisvolle activiteiten of situaties voor leerlingen vanzelfsprekend en begrijpelijk zijn. De kinderen raken erdoor geboeid. “Die interesse draagt ertoe bij dat zij ervan leren. Een taak van de leraar is om zich af te vragen welke betekenis een kind kan verlenen aan activiteiten en situaties” (p. 255). De leraar moet nagaan wat het kind erin kan zien, waarmee het kind ervaring heeft en wat het kind al weet om daarbij aan te sluiten.

Vermenigvuldigen

Herhaald optellen en verdubbelen hebben als uiteindelijke doel vermenigvuldigen (Oonk, Keijzer, Lit, Den Engelsens, Lek, & Van Waveren Hogervorst, 2011). De context geeft de kinderen vaak veel houvast om te gaan visualiseren. Oonk, Keijzer, Lit, Barth, Den Engelsens, Markusse en De Vet (2014) schrijven dat vermenigvuldigen een herhaalde optelling is, waarbij afbeeldingen als een rechthoekstructuur, zoals een doosje bonbons of een tegelpleintje handig is. In groep 4 staan vermenigvuldigcontexten en oplossingsstrategieën voor het vermenigvuldigen centraal. Bruikbare strategieën zijn bijvoorbeeld verdubbelen, halveren, één keer meer en één keer minder (Oonk e.a., 2014).

Interventie

Van Groenestijn e.a. (2011) verstaan onder interventie het bieden van passende en effectieve begeleiding in situaties waar toch problemen ontstaan. “Juist dan is optimale afstemming op de onderwijsbehoeften van de leerling noodzakelijk” (p. 17).

1.4 Onderzoeksdoel

De begripsvorming van de kinderen is niet altijd goed ontwikkeld, waardoor het vroeg of laat vastloopt en de verdere ontwikkeling in de weg zal staan. Maar wat is het belang van begripsvorming? Hoe kan een leerkracht op een goede manier aan begripsvorming van de kinderen tegemoet komen en het verder ontwikkelen? Wat draagt bij aan een goede begripsvorming? Hoe komt de leerkracht op dit moment toe aan begripsvorming bij keersommen? Op welke manieren zou het verbeterd kunnen worden? Welke strategieën kennen de kinderen rondom vermenigvuldigen? Hoe verloopt het onderzoeksontwerp? Wat zijn de bevindingen en resultaten van het ontwerp?

Het doel van dit onderzoek is antwoord krijgen op de bovenstaande vragen door literatuurstudie, door in gesprek te gaan met collega's en specialisten, door te observeren, door de methode te onderzoeken, door een ontwerp op te stellen en uit te voeren en door hieruit conclusies te trekken. Dit zal leiden tot het antwoord op de hoofdvraag: “Hoe kan een

leerkracht tegemoet komen aan begripsvorming bij strategieën met betrekking tot keersommen?”

Dit heeft ook als doel een bijdrage te leveren aan de manier waarop leerkrachten begripsvorming bij vermenigvuldigingen aanbieden.

1.5 Hoofdvraag en deelvragen

“Hoe kan een leerkracht tegemoet komen aan begripsvorming bij strategieën met betrekking tot keersommen?”

- 1 Wat is het belang van begripsvorming in het reken-wiskunde onderwijs?*
- 2 Op welke wijze kan een leerkracht de begripsvormende fase van leerlingen begeleiden?*
- 3 Welke knelpunten kunnen leerlingen ervaren met betrekking tot begripsvorming?*
- 4 Welke factoren die bijdragen aan begripsvorming van keersommen komen terug in de methode Alles Telt?*
- 5 In hoeverre komt de leerkracht tegemoet aan begripsvorming gedurende de rekenles?*
- 6 Wat is de huidige stand van de leerlingen met betrekking tot begripsvorming van strategieën bij keersommen?*
- 7 In welke mate heeft deze methodiek in de praktijk bijgedragen aan het ontwikkelen van begripsvorming bij strategieën rondom keersommen?*

1.6 Structuur thesis

Na de introductie volgt het theoretisch kader, waarin de deelvragen met betrekking tot de generieke kennis worden beantwoord. Na het theoretisch kader wordt het vooronderzoek beschreven, waarin methoden van dataverzameling, data-analyse en randvoorwaarden worden beschreven. Daarnaast wordt er antwoord gegeven op de contextvragen en een conclusie geschreven over de belangrijkste bevindingen uit het vooronderzoek.

Na het vooronderzoek is het onderzoeksontwerp beschreven. Het ontwerp wordt eerst uitgelegd en verantwoord, waarna de resultaten van de uitvoering worden geanalyseerd. Er wordt ook antwoord gegeven op de deelvragen over het ontwerp.

Na het beschrijven van het ontwerp, zijn alle deelvragen over de generieke kennis, de contextkennis en de ontwerp-kennis beantwoord en volgt het antwoord op de hoofdvraag. Vervolgens wordt er kritisch naar het onderzoek gekeken en mogelijke beperkingen, vervolgvragen, suggesties en aanbevelingen weergegeven.

Tot slot volgt de literatuurlijst en de bijlage.

2. Theoretisch kader

2.1 Inleiding literatuurstudie

In dit hoofdstuk worden de theoretisch geformuleerde deelvragen beantwoord aan de hand van een literatuurstudie. Doordat er brontriangulatie toegepast is, ondersteunen bronnen elkaar en vullen ze elkaar aan. In de bijlage vanaf bladzijde 41 wordt de methode van dataverzameling beschreven.

Er wordt vanuit verschillende perspectieven gekeken naar de volgende deelvragen:

- 1 *Wat is het belang van begripsvorming in het reken-wiskunde onderwijs?*
- 2 *Op welke wijze kan een leerkracht de begripsvormende fase van leerlingen begeleiden?*
- 3 *Welke knelpunten kunnen leerlingen ervaren met betrekking tot begripsvorming?*

2.2 Literatuurstudie

2.2.1 Wat is het belang van begripsvorming in het reken-wiskunde onderwijs?

“Dat getalbegrip zeer belangrijk is, is een open deur. Zonder getalbegrip verwordt rekenen tot het uitvoeren van trucjes” (Braams & Denis, 2003, p. 1). Desoete en Braams (2008) schrijven dat rekenen meer is dan het uitvoeren van een rekentrucje, omdat je begrip van getallen en van hoeveelheden nodig hebt, je rekenprocedures moet snappen en kunnen uitvoeren en je een zekere hoeveelheid rekenfeiten moet weten om redelijk vlot te kunnen rekenen.

Inzichtelijkheid moet daarom boven trucmatigheid worden gesteld (Kool & De Moor, 2009). Volgens Nelissen (2010) ontstaat begrip en inzicht door te gaan experimenteren, door toe te passen, door te reflecteren, door interactie, door toepassingen in andere situaties en natuurlijk ook door te oefenen. “Met name het fundamentele proces van het begrijpen van de structuur van getallen en de eigenschappen van bewerkingen is voorwaarde om tot een goede rekenwiskundige ontwikkeling te komen” (Van Groenestijn et al., 2011, p. 34). Een goede rekenwiskundige ontwikkeling verloopt via vier hoofdlijnen:

1. “Begripsvorming (conceptontwikkeling en het verlenen van betekenis aan kennis en vaardigheden);
2. Ontwikkelen van oplossingsprocedures;
3. Vlot leren rekenen (oefenen, automatiseren en memoriseren);
4. Flexibel toepassen van kennis en vaardigheden” (Van Groenestijn et al., 2011, p. 75).

Elke volgende fase in het leerproces gaat uit van beheersing van de voorafgaande fase. Oonk et al. (2011) schrijven dat tellen en getalbegrip aan de basis van tal van rekenactiviteiten ligt. Op een goede begripsvorming kunnen verdere inzichten, kennis en vaardigheden voortgebouwd worden, waardoor kinderen zich kunnen redden in de maatschappij. Kinderen moeten de betekenis van bewerkingen begrijpen. “(...) They commented that effective instructional activities are those that support the process of linking symbols with concrete materials (including meaningful actions on these materials) and verbal interaction, that is, talking about the mathematics students are doing” (Snowder and Schappelle, 1995, p. 85). Ook Bazalt (n.d.) schrijft dat leerlingen die betekenisvol leren constant verbindingen maken tussen bekende en nieuwe informatie en dat er daarbij conceptueel begrip wordt ontwikkeld. Er moet gedurende de hele basisschoolperiode aan inzicht worden gewerkt (Oonk et al., 2011).

De vier hoofdlijnen van Van Groenestijn et al. (2011), komen overeen met de vier niveaus van Boswinkel en Moerlands (2003), namelijk (1) wiskundige oriëntatie, waarbij de kinderen kennismaken met getallen en bewerkingen in een inleefbare situatie, (2) modelmaterialen, waarbij kinderen kennismaken met materialen die de concrete werkelijkheid symboliseert, (3)

getalrelaties, waarbij kinderen kennismaken met grotere getallen en verbanden leggen en (4) formele sommen, waarbij een kale som wordt gegeven zonder context. De eerste drie niveaus zijn het drijfvermogen van de ijsberg. Dit is essentieel, omdat de kinderen hierbij alles over getallen en bewerkingen leren.

“Competencies in any given area of mathematics will depend on a conceptual understanding of the domain and procedural knowledge that supports actual problem solving” (Geary, 2004, p. 8). Geary (2004) beschrijft ook dat er steeds meer wetenschappelijk onderzoek komt waaruit blijkt dat er een relatie is tussen getalbegrip en de onderliggende problemen bij rekenstoornissen. Wanneer de begripsvorming niet goed ontwikkeld is, zal dit consequenties op de rekenontwikkeling van het kind met zich meebrengen. Begripsvorming moet als eerst van het leerproces ontwikkeld worden (Barmby, Harries, Higgins & Suggate, 2009). Daarnaast is het van groot belang dat begripsvorming herhaald moet worden, door te blijven oefenen, waardoor strategieën meer eigen worden gemaakt en beter zullen beklijven (Steinvoorte, 2001).

2.2.2 Op welke wijze kan een leerkracht de begripsvormende fase van leerlingen begeleiden?

Van Groenestijn et al. (2011) schrijven dat het bij de start van elke nieuwe leerstoflijn nodig is om opnieuw aandacht te besteden aan het concreet voorstellen van de situatie en deze weer te geven in een werkelijkheidssituatie en vervolgens in een afbeelding of model. Daarnaast geven ze aan dat getalbegrip gedurende de hele schoolperiode doorgaat, terwijl er nu wordt verondersteld dat dit alleen bij het jonge kind het geval is. Naarmate leerlingen ouder worden ontwikkelen zij steeds meer begrip van rekenwiskundige concepten. “De leerlingen maken zich steeds meer concepten eigen en gaan de eigenschappen van en relaties tussen getallen en bewerkingen op een steeds formeler niveau begrijpen. Zij ontwikkelen getalnetwerken waarvan zij gebruik kunnen maken bij het uitvoeren van oplossingsprocedures” (Van Groenestijn et al., 2011, p. 83). Het lijkt erop dat instructie gericht op het verbeteren van getalbegrip leidt tot minder uitvallers (Braams & Denis, 2003). Wanneer de leerkracht het doel van de les vertelt, zullen leerlingen bewuster aan de slag gaan, doordat ze weten wat van hen verwacht wordt (Terlouw & Schoeman, 2005).

De leerkracht kan zowel het handelingsmodel als het drieslagmodel inzetten. Hierna volgt een uitleg van beide modellen afzonderlijk, maar ze kunnen goed gelijktijdig worden toegepast.

Handelingsmodel

Onderstaand tabel geeft het handelingsmodel weer welke Groenestijn et al. (2011) en Bakker, Gerrits en Theil (2012) in hun boek opnemen. Kinderen ontwikkelen rekenbegrip door de fasen door te lopen. Gedurende het proces vindt er steeds meer plaats in het hoofd van de leerling. Door in gesprek te gaan over de manier waarop de leerlingen rekenen en waarom op die manier, komt niveauverhoging tot stand.

Mentaal handelen	Verwoorden communiceren	4 Formeel handelen (formele berekeningen uitvoeren) Hierbij gaat het om kale sommen en rekenwiskundige notaties.
		3 Voorstellen – schematiseren (representeren van de werkelijkheid a.d.h.v. denkmodellen) De modellen hebben geen (directe) koppeling meer met de werkelijkheid. Door middel van denkmodellen, zoals getallenlijnen, cirkels en stroken, worden strategieën verduidelijkt. Deze overgang is voor veel kinderen lastig, waardoor het belangrijk is om terug te kunnen grijpen op de vorige handelingsniveaus en expliciet de verbinding te leggen.
		2 Voorstellen – concreet (representeren van objecten en werkelijkheidssituaties in concrete afbeeldingen van de werkelijkheid) Voorstellingen worden op het platte vlak gepresenteerd. De tekeningen worden steeds meer modellen en de context verdwijnt geleidelijk.
		1 Informeel handelen in werkelijkheidssituaties (doen) Elk nieuw onderwerp moet gestart worden met een betekenisvolle context, waarbij kinderen iets kunnen doen. Kinderen leren symbolen en bewerkingen betekenis te geven en te begrijpen.

Drieslagmodel

Naast handelingsmodel, draagt het drieslagmodel ook bij aan begripsvorming. De Pater (2015) geeft in het drieslagmodel, hiernaast weergegeven, de processen weer die leerlingen doorlopen om gecijferd te worden.



Bakker et al. (2012) beschrijven dat de leerling bij de planning na gaat wat het probleem is, wat hij gaat doen om het op te lossen, wat eerst en wat daarna gedaan moet worden, welke bewerkingen erbij horen en waarom het op die manier gedaan moet worden.

Bij de uitvoering gaat een leerling na, wat, hoe en waarom hij dat doet, wat er uitgerekend moet worden en wat de oplossing is.

Bij reflecteren gaat de leerling na wat, hoe en waarom het op die manier heeft gedaan, wat de oplossing betekent voor de

context waarmee hij begon, of het goed is uitgerekend en of het ook in andere situaties toepasbaar is.

De ontwikkeling van begripsvorming

Bij de ontwikkeling van begripsvorming worden drie componenten beschreven. De componenten worden na elkaar beschreven, maar vormen samen één geheel.

Verlenen van betekenis aan rekenwiskundig handelen (Semantiseren)

De leerlingen moeten zich op school verplaatsen in en betekenis verlenen aan rekenwiskundige opdrachten. Er wordt in de methode vaak gebruik gemaakt van contexten om het dagelijks leven met de som te verbinden. “Een goede context is een afspiegeling van een werkelijkheidssituatie en is functioneel voor het doel dat men wil bereiken: het verlenen van betekenis aan het rekenen op school en ontwikkeling van rekenwiskundige concepten” (Van Groenestijn et al., 2011, p. 78). Contexten zijn bedoeld om een koppeling met de werkelijkheid te maken, waarbij leerlingen vertellen, visualiseren en redeneren. De context kan leerlingen ondersteunen bij begripsvorming, kan ze houvast geven en kan ze helpen om betekenis te verlenen aan formeel rekenen (Terlouw & Schoeman, 2005). Naast betekenisvol,

motiverend en passend, moet de context ook geschikte getallen voor gewenste oplossingen bevatten en als vanzelf tot een geschikt model leiden. Hierbij wordt taal, het visueel voorstellen en oplossingsprocedures ontwikkeld. Dit helpt de leerlingen in een later stadium om bij kale sommen zich iets voor te stellen (Oonk et al., 2014).

Door leerlingen voortdurend de samenhang tussen verschillende concepten en bewerkingen te laten zien en ervaren, zullen de leerlingen betekenisvolle associatieve rekenwiskundige netwerken ontwikkelen (Van Groenestijn et al., 2011). Hierdoor gaan de leerlingen vanzelfsprekend informeel naar formeel rekenen koppelen. De stap van contextgebonden naar objectgebonden rekenen dient te worden ondersteund en begeleid.

Naarmate leerlingen ouder worden, wordt de afbeelding minder concreet en steeds complexer. Het kan ook meer afleidende informatie bevatten – wat in het dagelijks leven ook voorkomt.

Ontwikkelen van rekenwiskundige concepten

“Het verlenen van betekenis is voorwaarde voor het ontwikkelen van betekenisvolle rekenwiskundige concepten. Hierdoor ontstaat inzicht. Daarvoor zijn goede contexten noodzakelijk. Contexten dienen tevens als start voor het ontdekken van rekenwiskundige structuren en het ontwikkelen van nieuwe rekenwiskundige concepten” (Van Groenestijn et al., 2011, p. 78). Contexten helpt de leerling van het informele betekenisvolle rekenen naar het formele, abstracte rekenen en ondersteunt oplossingsprocedures. Wanneer een leerling zijn rekenwiskundige ontwikkeling verder ontwikkelt, kan hij zich beter voorstellen wat er wordt gevraagd waarbij hij afstand kan nemen (objectiveren) en de relatie tussen de gegevens begrijpt en kan verwerken. Denkmodellen, schematiseren en formeel rekenen wordt ontwikkeld. Een model kan leerlingen helpen bij het oplossen van rekenwiskundige problemen. “Het model moet relatief eenvoudig zijn, zodat je het makkelijk in je hoofd kunt oproepen als je het nodig hebt. Het model moet de wiskundige structuur helder weergeven” (Oonk et al., 2011, p. 341). Denkmodellen gaan van concreet naar meer schematisch, waarbij oplossingsprocedures formeler worden. Van Groenestijn et al. (2011) schrijven dat dit gebeurt door doelgerichte activiteiten in (schoolse) leersituaties. Leerlingen leren denkmodellen, formele notaties en procedures te gebruiken.

Ontwikkelen van rekentaal

“De taal is het middel om de betekenis van situaties en handelingen te kunnen benoemen en daarover te communiceren” (Van Groenestijn et al., 2011, p. 80). Leerlingen komen in contact met rekentaal door de instructietaal, de taal die de leerkracht gebruikt en de opdrachten in de rekenboeken. Onder rekentaal worden getallen, rekenkundige begrippen, het rekenen zelf en het redeneren bedoeld (Desoete & Braams, 2008). Een leerling moet de rekentaal begrijpen en de notatie op formeel niveau kunnen voorstellen om gegevens te kunnen verwerken. “Een goede afwisseling van de soorten interactie vergroot de kans op zinvolle en betekenisvolle uitwisselingen van ideeën, inzichten en werkwijzen tussen leerlingen en leraar” (Oonk et al., 2011, p. 346).

Wanneer kinderen hun eigen strategie verwoorden, worden ze zich bewust van hun eigen strategie en de strategie van anderen. Pas als ze hun oplossing goed kunnen verwoorden, zijn ze toe aan een hoger niveau van oplossen. “De verwoording van een kind is voor andere kinderen soms begrijpelijker dan de verwoording van de juf en houdt de kinderen betrokken bij de les” (Oonk et al., 2014, p. 191). Oonk et al. (2014) schrijven dat gerichte besprekingen tot niveauverhoging leiden en dat kinderen verschillende oplossingsmanieren leren, waarbij ze ontdekken hoe het anders en gemakkelijker kan. Braams en Denis (2003) schrijven dat het verbaliseren van hun begrip en de feedback die daarop gegeven wordt ook het leren bevordert.

2.2.3 Welke knelpunten kunnen leerlingen ervaren met betrekking tot begripsvorming?

Begripsvorming verloopt over het algemeen ongemerkt, maar bij enkele leerlingen is dit niet het geval. Wanneer leerlingen het lastig vinden om betekenis te verlenen aan opdrachten, ontstaan gebrekkige concepten. Hierdoor ontstaat er een zwakke basis wat belemmerend kan werken bij complexere activiteiten. Leerlingen moeten betekenis kunnen geven en rekensituaties begrijpen om het op het goede moment en op een juiste wijze in te zetten. Van Groenestijn et al. (2011) schrijven dat onbegrepen procedures tot fragmentarische kennis, gebrekkige concepten en misconcepten leiden, wat een groter beroep doet op het geheugen en vaker leidt tot fouten.

Kinderen kunnen aan het begin van hun schoolcarrière ook (te) weinig ervaring hebben opgedaan met het doelgericht koppelen van een contextprobleem aan een bewerking en omgekeerd. Daarnaast kan het zijn dat een kind zich niet in de context in kan leven of dat er te veel wordt gewerkt met kale sommen. Bij rekenzwakke kinderen wordt de context soms overgeslagen en de som direct verteld, terwijl juist deze kinderen gebaat zijn bij de context. De kale sommen leiden tot betekenisloos rekenen (goochelen met getallen) en kan verwarring brengen. “De leerling verliest het doel uit het oog: de schakel met het verlenen van betekenis ontbreekt. Dit heeft grote gevolgen voor het ontwikkelen van gecijferdheid. Daarvoor is juist het ontdekken van ‘rekenen als gereedschap’ voor functionele situaties van belang” (Van Groenestijn et al., 2011, p. 84). Wanneer de kinderen het niet als betekenisvol ervaren, zal inzicht en betekenis van rekenen verdwijnen. Van Groenestijn et al. (2011) schrijven dat het betekenisvol is als de leerkracht voortdurend aandacht besteedt aan de betekenis van het rekenen in het dagelijks leven.

De taalontwikkeling kan ook een rol spelen, doordat de contexttaal begrepen moet worden. Een context doet, wanneer het veel tekst bevat, een groot beroep op de leesvaardigheid. Als leerkracht kan je soms wel overbodige informatie weghalen, omdat (te) veel tekst een struikelblok kan zijn en kan je zorgen voor sterke visuele contexten met weinig tekst en één duidelijke vraag (eenduidigheid).

De rekentaal kan ook onvoldoende beheerst zijn, waardoor leerlingen blijven tellen en struikelen over symbolen, notaties en formules. Ook kunnen leerlingen moeite hebben met het schematiseren van een rekensituatie of met de volgorde van bewerkingen.

Bij alle knelpunten blijft het nodig om aandacht te besteden aan het verbeteren van de begripsvorming, zowel bij betekenisverlening als bij conceptontwikkeling. Als leerkracht moet je de stof op een passende en aansluitende wijze aanbieden. “Goed rekenwiskunde-onderwijs is optimaal afgestemd op de ontwikkeling van de individuele leerling. Elke stap bouwt voort op eerder verworven inzichten, kennis en vaardigheden” (Van Groenestijn et al., 2011, p. 34). Optimale afstemming zal een leerling op hoger niveau in denken en handelen te brengen.

2.2.4 Hoe kan het domein vermenigvuldigen aangeboden worden?

“Als leraar moet je je realiseren dat een tafel een oplossing is, maar als de leerlingen niet eerst ontdekt hebben welk probleem daardoor wordt opgelost, wordt de oplossing voor hen het probleem” (De Pater & Janson, 2012, p. 13)

Veltman en Van den Heuvel-Panhuizen (2010) beschrijven de fasen bij het leren van de tafels van vermenigvuldigen.

De eerste fase is de begripsvormende fase. De kinderen leren eerst wat vermenigvuldigen is, door concrete situaties waarin een keer-structuur zit. Het begint met een verkenning vanuit herhaald optellen, zodat er een hechte relatie ontstaat tussen 'herhaald optellen' en 'vermenigvuldigen'. De kinderen leren de bijbehorende wiskundetaal 'keer' met als symbool $\times$. (Oonk et al., 2011). Het TAL-team (1999) schrijft dat materialen zoals een ketting, een getallenlijn, stroken en rechthoekpatronen essentieel zijn voor begripsvorming. Bij die materialen wordt namelijk de grondstructuur van vermenigvuldigen weergegeven en kunnen eigenschappen van basisbewerkingen inzichtelijk worden gemaakt. Wanneer de kinderen weten wat tafels zijn, leren ze het in verschillende situaties toe te passen. Hierbij komen de verwissel-eigenschap en de verdeel-eigenschap aan de orde. Er wordt vaak een rechthoekmodel ingezet, wat de vermenigvuldiging en eigenschappen zichtbaar en inzichtelijk maakt, waardoor het (uit)rekenen ondersteund wordt.

De tweede fase is de reconstructiefase. De kinderen ontwikkelen steunpunten voor het memoriseren van de tafelkennis. Ze kunnen op steunpunten terugvallen bij het uitrekenen van een vermenigvuldiging. De steunpunten zijn: verdubbelen, halveren, $10\times$, één keer meer en één keer minder. "Met behulp van de centrale steunpunten voor vermenigvuldigen kunnen de kinderen nu zelf leren hun tafels te 'bouwen', te reconstrueren" (p. 175). De keersommen die ze kinderen kennen, de ankerpunten, kunnen als tussenstap dienen (Oonk et al., 2011). Daarnaast wordt de rijgaanpak, de splitsaanpak en de varia-aanpak aangeboden. Het kind moet de structuur kunnen inzien en de juiste strategieën toe kunnen passen.

De derde fase is de reproductiefase. De kinderen memoriseren de tafelproducten. De strategieën worden steeds korter. "Het memoriseren is gericht op het systematisch uitbreiden van de steunpunten. Het heel snel berekenen van een uitkomst gaat over in het uit het hoofd weten van het product van de vermenigvuldiging" (p. 177). De hiaten in de kennis van vermenigvuldigen wordt aangevuld door het begrip en door te steunen op rekenstrategieën. De eigenschappen moet in deze fase flexibel en handig worden ingezet, wat door gerichte en doelmatige activiteiten tot stand komt.

De vierde fase is de consolidatiefase. De tafelkennis en inzichten worden verder ingeslepen, waarbij het wordt geautomatiseerd en gememoriseerd. "Memoriseren is het uit de hoofd leren of inprenten van feitenkennis. Als dat inprenten gebeurt op basis van een cognitief netwerk, dan liggen memoriseren en automatiseren dicht bij elkaar" (Oonk et al., 2014, p. 105).

Het kerndoel van groep 4 wordt als volgt beschreven:

Betekenis geven aan de bewerking vermenigvuldigen aan de hand van concrete situaties waarin sprake is van 'keer'. En van daaruit: kleine producten berekenen op basis van herhaald optellen aan de hand van bijvoorbeeld even grote groepjes tellen, roosterpatronen en steeds even grote sprongen op de getallenlijn (Tule, Rekenen/wiskunde, kerndoel 27, 2014)

Aan het eind van groep 5 moeten de kinderen de tafels tot en met 10 gememoriseerd hebben. Daarnaast hebben ze geleerd betekenis te geven aan keersommen en verschillende vermenigvuldigingstrategieën geleerd. Barnby et al. (2009) schrijven dat de leerkracht de strategieën heel duidelijk uit moet leggen. Dit moet stapsgewijs en betekenisvol gedaan worden. Het is belangrijk dat de kinderen oefenen met de sommen in plaats van te stampen.

Steinvoorte (2001) schrijft dat het verstandig is om tafelsommen een centrale plek te geven in het lokaal, waar alle leerlingen het kunnen zien. Dit zou door middel van een datamuur vormgegeven kunnen worden. Een datamuur kan worden ingezet om informatie te delen of

om gezamenlijk aan een doel te werken (Kuiper & Van der Linden, 2013/2014). Daarnaast zullen leerlingen hierdoor actief, gemotiveerd en betrokken zijn.

Kuiper en Van der Linden (2013/2014) schrijven hoe een datamuur samengesteld kan worden:

- Stap 1: Het opstellen van de doelen. Een doel vaststellen en benoemen.
- Stap 2: Het doel betekenisvol maken. Leerlingen duidelijk maken waarom het belangrijk is om te leren en te kunnen, waardoor ze gemotiveerd en geactiveerd worden.
- Stap 3: Aansluiten op de onderwijsbehoeftes. Vaststellen en bespreken wat leerlingen nodig hebben.
- Stap 4: Wat is er nodig om het doel te bereiken? Bedenken op welke manier het doel bereikt kan worden en wat daarvoor nodig is.
- Stap 5: Evalueren. Nagaan of het doel behaald is en reflecteren op de datamuur.

2.3 Conclusie literatuurstudie

Hoewel begripsvorming over het algemeen ongemerkt verloopt, is dit niet bij elke leerling het geval. Wanneer er gebrekkige concepten ontstaan, zal deze zwakke basis belemmerend werken bij complexe(re) activiteiten. Een leerkracht is zich niet altijd bewust van het belang van begripsvorming en ook methodes gaan hier soms (te) snel doorheen. Wanneer de begripsvorming niet goed ontwikkeld is of wordt, zal dit consequenties op de rekenontwikkeling van het kind met zich meebrengen. Begripsvorming moet als eerst van het leerproces en van elk domein ontwikkeld worden, maar ook voortdurend worden herhaald en geoefend. Veel problemen zijn namelijk terug te leiden naar de fase van begripsvorming. Instructie gericht op het verbeteren van getalbegrip blijkt tot minder uitvallers te leiden. Ook het benoemen en bespreken van het doel kan bijdragen aan de ontwikkeling, doordat kinderen zich bewust worden van datgene wat ze leren en waarom ze dat moeten leren, waardoor het betekenisvol voor hen is.

Elk domein van rekenen begint bij begripsvorming. Een goede begripsvorming is een voorwaarde om tot een goede rekenwiskundige ontwikkeling te komen. Op een goede begripsvorming kunnen verdere inzichten, kennis en vaardigheden voortgebouwd worden, waardoor kinderen zich kunnen redden in de maatschappij. Begrip en inzicht ontstaat door te experimenteren, door toe te passen, door interactie, door toepassingen in andere situaties en natuurlijk ook door oefenen. De leerkracht moet betekenisvolle activiteiten aanbieden, , waarbij kinderen zich kunnen inleven in de context en er een koppeling wordt gemaakt met de werkelijkheid en het dagelijks leven. Naast betekenisvol, motiverend en passend, moet de context ook geschikte getallen voor gewenste oplossingen bevatten en als vanzelf tot een geschikt model leiden. Hierbij wordt taal, het visueel voorstellen en oplossingsprocedures ontwikkeld. Dit helpt de leerlingen in een later stadia om bij kale sommen zich iets voor te stellen.

In het handelingsmodel worden de fasen van de rekenontwikkeling weergegeven die kinderen doorlopen. Van (1) informeel handelen in werkelijkheidssituaties, worden (2) representaties van objecten en werkelijkheidssituaties in concrete afbeeldingen gegeven, waarna (3) representaties van de werkelijkheid worden weergegeven in denkmodellen en volgt tot slot (4) het formeel handelen, waarbij formele berekeningen worden uitgevoerd.

Daarnaast draagt het drieslagmodel ook bij aan begripsvorming. Bij de planning gaat een leerling na wat het probleem is, wat hij gaat doen om het op te lossen, wat eerst en wat daarna

gedaan moet worden, welke bewerkingen erbij horen en waarom het op die manier gedaan moet worden.

Bij de uitvoering gaat een leerling na wat, hoe en waarom hij dat doet, wat er uitgerekend moet worden en wat de oplossing is.

Bij reflecteren gaat de leerling na wat, hoe en waarom het op die manier heeft gedaan, wat de oplossing betekent voor de context waarmee hij begon, of het goed is uitgerekend en of het ook in andere situaties toepasbaar is.

Bij de ontwikkeling van begripsvorming zijn drie componenten van groot belang:

- Verlenen van betekenis aan rekenwiskundig handelen (semantiseren);
- Ontwikkelen van rekenwiskundige concepten;
- Ontwikkelen van rekentaal.

Er zijn verschillende oorzaken waardoor sommige leerlingen geen goede begripsvorming hebben ontwikkeld. Ze kunnen (te) weinig ervaring hebben opgedaan met het koppelen van een contextprobleem aan een bewerking en omgekeerd. Daarnaast kan het zijn dat een kind zich niet in de context in kan leven of dat er te veel wordt gewerkt met kale sommen. De taalontwikkeling en de rekentaal kan ook een rol spelen, doordat contexten veel taal bevatten wat begrepen moet worden en waaruit een som moet worden opgelost.

Bij deze oorzaken is het van belang aandacht te besteden aan het verbeteren van de begripsvorming, zowel bij betekenisverlening als bij conceptontwikkeling. Het onderwijs moet zo goed mogelijk worden aangesloten op het kind en de klas, waardoor er verdere inzichten, kennis en vaardigheden verworven worden en een kind op hoger niveau gaat denken en handelen.

Er worden vier fasen beschreven die bij het leren van tafels aan de orde zijn:

1. Begripsvormende fase;
2. Reconstructiefase;
3. Reproductiefase;
4. Consolidatiefase.

De strategieën moeten duidelijk worden uitgelegd, waardoor kinderen betekenis geven aan de som en de oplossingswijze in plaats van dat ze keersommen stampen. De strategieën zijn verdubbelen, halveren, 10x, één keer meer en één keer minder. Deze kunnen als ankerpunten of als tussenstap dienen. Daarnaast kunnen de verschillende aanpakken, rijgaanpak, splitsaanpak en varia-aanpak, aangeboden worden. Als leerkracht moet je kinderen de structuur laten inzien van de strategieën en de aanpakken, waardoor leerlingen inzien wanneer ze het het best en handigst in kunnen zetten.

Een datamuur kan een manier zijn om keersommen aan te bieden. Hierbij kan informatie worden gedeeld en gezamenlijk aan een doel worden gewerkt, wat inzichtelijk en visueel wordt vormgegeven. Er worden vijf stappen beschreven over het samenstellen van een datamuur:

- Stap 1: Het opstellen van de doelen.
- Stap 2: Het doel betekenisvol maken.
- Stap 3: Aansluiten op de onderwijsbehoeftes.
- Stap 4: Wat is er nodig om het doel te bereiken?
- Stap 5: Evalueren.

3. Vooronderzoek

3.1 Methode vooronderzoek

In dit hoofdstuk worden de geformuleerde deelvragen met betrekking tot de context verder uitgewerkt en verantwoord. De drie deelvragen zullen afzonderlijk van elkaar beantwoord worden. Bij de vragen zal worden beschreven welke methoden van dataverzameling en data-analyse worden toegepast en wordt beschreven aan welke randvoorwaarden moet worden voldaan.

4 *Welke factoren die bijdragen aan begripsvorming van keersommen komen terug in de methode Alles Telt?*

5 *In hoeverre komt de leerkracht tegemoet aan begripsvorming gedurende de rekenles?*

6 *Wat is de huidige stand van de leerlingen met betrekking tot begripsvorming van strategieën bij keersommen?*

Bij het vooronderzoek is triangulatie toegepast, om een zo hoog mogelijke validiteit en betrouwbaarheid te verkrijgen, doordat elke methode zijn eigen kenmerken heeft. Er zijn verschillende methoden ingezet om de data vanuit verschillende invalshoeken te bekijken en te verzamelen (Van der Donk & Van Lanen, 2012).

In de bijlage staan vanaf bladzijde 41 de onderzoeksinstrumenten weergegeven. Daarbij wordt verantwoord waarom voor die methode, die procedure of dat materiaal is gekozen.

3.1.1 Welke factoren die bijdragen aan begripsvorming van vermenigvuldigen komen terug in de methode 'Alles Telt'?

Methode van dataverzameling en data-analyse

Voor het beantwoorden van deze vraag, wordt de methode Alles Telt bestudeerd en worden de leerkrachten bevraagd middels een nauwelijks gestructureerd interview.

Alles Telt bestuderen

Randvoorwaarden	
Procedure	Er wordt in de methode Alles Telt gekeken naar begripsvorming in het algemeen, maar ook naar begripsvorming rondom keersommen. Voor het beantwoorden van dit onderdeel van deze vraag wordt één uur gerekend. Doel: inzicht verkrijgen in de methode.
Deelnemers	Onderzoeker
Materiaal	- Handleiding Alles Telt - Lesboek Alles Telt - Werkboek Alles Telt

Leerkracht bevragen – nauwelijks gestructureerd interview (bladzijde 43)

Randvoorwaarden	
Procedure	De leerkracht krijgt een nauwelijks gestructureerd interview waarin wordt gevraagd in hoeverre de methode aan begripsvorming tegemoet komt, in hoeverre en hoe zij er zelf aan tegemoet komt, wat zij onder begripsvorming verstaat en wat ze het belang daarvan vindt.

	Voor het afnemen van dit interview wordt een half uur tot drie kwartier gerekend. Doel: middels dit nauwelijks gestructureerde interview inzicht verkrijgen in de kennis, het inzicht, de houding en de ervaringen van de leerkracht m.b.t. begripsvorming tijdens de rekenles.
Deelnemers	Leerkracht groep 4
Materiaal	- Nauwelijks gestructureerd interview - Computer (om punten te noteren) - Mobiel (om interview op te nemen)

3.1.2 In hoeverre komt de leerkracht tegemoet aan begripsvorming gedurende de rekenles?

Methode van dataverzameling en data-analyse

Er wordt een gestructureerde vragenlijst bij de groepsleerkrachten afgenomen. De leerkrachten vullen hierbij in in hoeverre en hoe zij aan begripsvorming tegemoet komen. Doordat in de gestructureerde vragenlijst niet alles aan de orde komt en zij geen verdere uitleg kunnen geven, waardoor er geen volledig beeld was, is er gekozen om ook nog een nauwelijks gestructureerd interview af te nemen.

Leerkracht bevragen – gestructureerde vragenlijst (bladzijde 45)

Randvoorwaarden	
Procedure	De leerkracht krijgt een gestructureerde vragenlijst waarin wordt gevraagd in hoeverre en hoe zij er zelf aan begripsvorming tegemoet komt. De leerkracht beantwoordt de vragen aan de hand van een beoordelingsschaal (Van der Donk en Lanen, 2009). De leerkracht kan kiezen uit -- , - , 0 , + of ++. Vanzelfsprekend betekent -- het minst aanwezig en ++ het meest aanwezig. Voor het afnemen van dit interview wordt een half uur tot drie kwartier gerekend. Doel: middels deze gestructureerde vragenlijst inzicht verkrijgen in hoeverre de leerkracht zelf vindt hoe zij tegemoet komt aan begripsvorming tijdens de rekenles.
Deelnemers	Leerkracht groep 4
Materiaal	- Gestructureerde vragenlijst - Computer (om de vragenlijst digitaal in te vullen)

Leerkracht bevragen – nauwelijks gestructureerd interview (bladzijde 43)

Randvoorwaarden	
Procedure	De leerkracht krijgt een nauwelijks gestructureerd interview waarin wordt gevraagd in hoeverre de methode aan begripsvorming tegemoet komt, in hoeverre en hoe zij er zelf aan tegemoet komt, wat zij onder begripsvorming verstaat en wat ze het belang daarvan vindt. Voor het afnemen van dit interview wordt een half uur tot drie kwartier gerekend.

	Doel: middels dit nauwelijks gestructureerde interview inzicht verkrijgen in de kennis, het inzicht, de houding en de ervaringen van de leerkracht m.b.t. begripsvorming tijdens de rekenles.
Deelnemers	Leerkracht groep 4
Materiaal	- Nauwelijks gestructureerd interview - Computer (om punten te noteren) - Mobiel (om interview op te nemen)

3.1.3 Wat is de huidige stand van de leerlingen met betrekking tot begripsvorming bij keersommen?

Methode van dataverzameling en data-analyse

Om deze vraag te beantwoorden is een enquête voor de leerlingen gemaakt die zowel over de kennis, vaardigheden en attitude gaat.

Leerlingen bevragen – enquête (bladzijde 47)

Randvoorwaarden	
Procedure	De leerlingen vullen de enquête in. Deze enquête bestaat uit zowel open vragen als meerkeuzevragen. Voor deze enquête wordt drie kwartier gerekend. Doel: middels deze enquête inzicht krijgen in de kennis, vaardigheden en attitude van de leerlingen.
Deelnemers	Groep 4 (21 leerlingen)
Materiaal	- De enquête.

3.2 Resultaten vooronderzoek

In de vorige paragraaf werd beschreven op welke manier het vooronderzoek plaats zou vinden. In dit hoofdstuk wordt de kern van de resultaten weergegeven. In de bijlage zijn vanaf bladzijde 52 de volledig ingevulde vragenlijsten, de volledige interviews en de analyse van de enquête van de leerlingen opgenomen.

3.2.1 Welke factoren die bijdragen aan begripsvorming van vermenigvuldigen komen terug in de methode Alles Telt?

Van den Bosch-Ploegh, Krol, Nijs, Nijs- van Noort, Plomp, Sweers en Vuurmans (2009) hebben de volgende leerdoelen voor groep 4 bij de leerlijn getalrelaties en getalbegrip geschreven:

- De leerlingen moeten kunnen werken met de materialen die in groep 3 zijn gebruikt
- Zij kunnen getallen ordenen van klein naar groot
- Zij moeten de relatie kunnen leggen van de kralenketting met de getallenlijn
- Zij moeten gestructureerd kunnen tellen (5 structuur op de kralenketting, dobbelsteen, dominosteen, rijven van 5 en 10)
- De leerlingen hebben kennis gemaakt met de getallenrij t/m 100.
- Zij moeten getalwaarde kunnen koppelen aan de plaats op de kralenketting en op de getallenlijn t/m 100
- Zij kunnen buurgetallen en dichtbijge tientallen vinden van getallen t/m 100

De doelen met betrekking tot basisvaardigheden vermenigvuldigen zijn:

- De leerlingen kunnen gestructureerd tellen

In de handleiding staat bij elke les naast de leerlijn, de leerdoelen en de nieuwe stof, ook hoe er geoefend kan worden en welk materiaal ingezet kan worden. Als materiaal om tegemoet te komen aan begripsvorming wordt de oefensoftware, fiches, klassikale twintigketting, getalkaartjes en dergelijke beschreven. Deze materialen kunnen bij een nieuw onderdeel toegepast worden, maar ook om de ontwikkeling van begripsvorming bij keersommen met behulp van strategieën te ondersteunen.

In het nauwelijks gestructureerde interview (bladzijde 52) heeft de leerkracht benoemd dat de methode Alles Telt een stevige basis legt in het vermenigvuldigen. In groep 4 wordt verder gegaan op groep 3, waarin de kinderen al bij groepjes 'handig' leerden tellen en worden er betekenisvolle situaties bij gehaald. De sommen worden in een context gevraagd.

Binnen de methode wordt er gedifferentieerd in niveau. "De sterke kinderen volgen de pluslijn, worden vooruit getoetst en krijgen uitdagend rekenwerk (rekentijgers). De basisgroep volgt de 'normale' methode en instructie. De zorggroep volgt het minimumprogramma, krijgt extra instructie en oefent extra" (Leerkracht groep 4, 2015). Naast de methode wordt 'Met Sprongen Vooruit' gebruikt, wat als aanvulling op de methode dient. De leerkracht van groep 4 geeft ook aan dat deze activiteiten en spelletjes goed aansluiten op de interesse en de manier van leren van de kinderen.

3.2.2. In hoeverre komt de leerkracht tegemoet aan begripsvorming gedurende de rekenles?

Deze vraag wordt beantwoord vanuit verschillende perspectieven. Er zijn meerdere methoden ingezet om deze vraag te beantwoorden. Er is een gestructureerd interview afgenomen, de leerkracht heeft een gestructureerde vragenlijst ingevuld en er is geobserveerd. Hierdoor is het antwoord meer valide en betrouwbaar.

Uit het nauwelijks gestructureerde interview is naar voren gekomen dat de leerkracht een goed beeld heeft van wat begripsvorming inhoudt en wat het belang ervan is. "Het is belangrijk dat de kinderen niet alleen een 'trucje' leren m.b.t. het oplossen van keersommen. Het fundament van vermenigvuldigen vindt ook raakvlakken met andere rekenvaardigheden" (leerkracht groep 4, 2015). Zij probeert de activiteiten betekenisvol te maken en aan te laten sluiten bij de actuele beleavingswereld en het niveau van de kinderen. Zij geeft aan veel visueel te werken, wat steeds formeler wordt. Daarnaast maakt ze regelmatig een koppeling naar het dagelijks leven. De leerkracht heeft duidelijk gemaakt dat zij goed zicht heeft op de doorlopende leerlijn, waardoor ze ziet welke stap (terug) genomen moet worden. Ook door 'Met Sprongen Vooruit' in te zetten, wordt er aan begripsvorming gewerkt. Dit wordt zo aangeboden dat de leerlingen gemotiveerd zijn.

Uit de gestructureerde vragenlijst is gebleken dat de leerkracht zeer veel + en ++ scoort en vrijwel geen -- en -. In percentages wordt -- en - 11% als antwoord gegeven, 0 20% en + en ++ 68%. De punten waarbij een -- en - werd gescoord, zijn niet per definitie negatief. De leerkracht heeft aangegeven (-) dat ze de vraag die ze gesteld krijgt niet zelf beantwoord, wat betekent dat ze het doorspeelt naar de andere kinderen, waardoor zij geactiveerd worden mee te denken. Ze heeft ook een - ingevuld op het punt dat ze een kind met een vraag het antwoord na die tijd nog een keer laat herhalen. Wanneer dit wordt toegepast, zullen leerlingen nog meer betrokken worden. Lemov (2012) heeft geschreven dat 'weet niet' niet geldt. Hierbij geeft de leerkracht een herkansing aan een leerling die het antwoord eerst niet kon geven. Nadat een medeleerling het antwoord heeft verteld, gaat de leerkracht terug naar het kind dat

het niet wist om van diegene het antwoord te krijgen. Hierdoor moet het kind met de vraag of het kind dat het antwoord niet kon geven, extra goed opletten, omdat hij het antwoord zelf nog moet vertellen.

Doordat er voornamelijk + en ++ beantwoord is, is op te maken dat de leerkracht veel aan begripsvorming tijdens de les doet, waarbij het met context wordt aangeboden, het visueel wordt gemaakt en er een koppeling wordt gemaakt met het dagelijks leven. Het doel van de les wordt ook benoemd, waardoor leerlingen bewuster aan de slag gaan (Terlouw & Schoeman, 2005).

3.2.3 Wat is de huidige stand van de leerlingen met betrekking tot begripsvorming bij keersommen?

Uit de enquête van de leerlingen is naar voren gekomen dat sommige strategieën nog niet volledig beheerst worden. In de bijlage op bladzijde 56 wordt de uitleg van enkele leerlingen beschreven, waardoor er meer inzichtelijk is hoe ze tot een antwoord zijn gekomen. Sommige kinderen hadden het antwoord goed, maar hun uitleg niet. Doordat bij een vraag twee antwoorden gegeven werden, hebben sommige kinderen goed gegokt, terwijl hun uitleg niet goed was.

Op de eerste vraag van de open vragen zijn de meeste antwoorden gegeven. Het getal uit de opgave is ook gekozen, doordat er veel keersommen met dat getal gemaakt kunnen worden. Van de gegeven antwoorden werd de commutatieve eigenschap vaak toegepast (2×12 en 12×2). Wat echter opvalt is dat 19% een fout antwoord heeft gegeven.

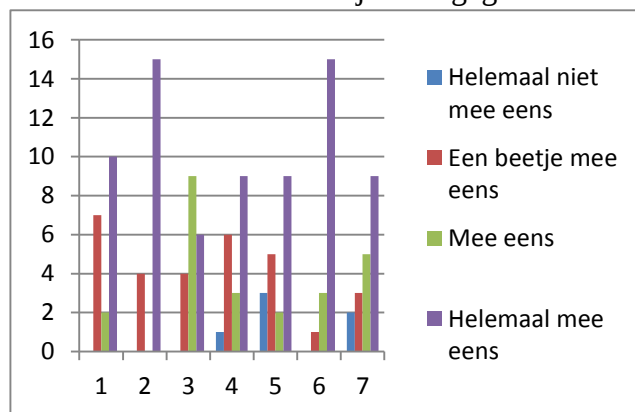
Bij de tweede vraag konden minder keersommen gegeven worden, doordat 16 in minder tafels voorkomt dan 24. Bij deze vraag is het aantal fout gegeven antwoorden 22%.

Bij de derde vraag is het aantal fout gegeven antwoorden 37%. 58% van de kinderen heeft wel het goede antwoord, maar niet de goede keersom erbij geschreven. Bijna alle kinderen hadden de chocoladereep verder getekend en zijn zo tot het goede antwoord gekomen. Slechts 5% heeft het goede antwoord met berekening erbij gegeven.

Bij de vierde vraag kwamen veel kinderen niet verder dan de commutatieve eigenschap, en hebben slechts enkele kinderen een andere strategie opgeschreven.

De houding van de leerlingen ten opzichte van keersommen is positief. Naast de vragen die links beschreven staan, staan de resultaten rechts beschreven. De resultaten zijn weergegeven in een grafiek.

1	Ik vind het leuk om keersommen uit te rekenen
2	Ik vind het belangrijk om keersommen te leren
3	Ik vind het belangrijk om keersommen goed uit te kunnen rekenen
4	Ik begrijp alle keersommen
5	Ik wil steeds moeilijkere en grotere keersommen leren
6	Keersommen zijn belangrijk voor als ik groot ben
7	Het doel van de les is mij altijd duidelijk



Wat over het algemeen opvalt is dat de paarse kolom bij elke vraag, op één na, het grootst is, wat betekent dat die groep het helemaal eens is met de gestelde vragen. Het komt slechts een enkele keer voor dat iemand het helemaal niet eens is met de gestelde vraag. De meeste vragen zijn beantwoord met mee eens en helemaal mee eens. Hieruit kan geconcludeerd worden dat de meeste kinderen het leuk en belangrijk vinden om keersommen te leren en

goed uit te kunnen rekenen. Daarnaast willen ze steeds grotere keersommen leren en vinden ze het belangrijk voor later.

Uit de andere vragen van de enquête is naar voren gekomen dat kinderen hun kladschrift pakken en/of net zo lang doorgaan met een keersom tot ze het antwoord weten. Slechts $\frac{1}{4}$ van de leerlingen slaat de som over.

Het merendeel van de kinderen vindt het leuk of is nieuwsgierig wanneer er keersommen aan bod komen, niemand baalt en er zijn slechts een paar kinderen die liever andere sommen maakt.

Wanneer er iets nieuws komt, wil $\frac{1}{4}$ na de instructie ook nog aan de instructietafel zitten, wil $\frac{1}{4}$ instructie tot ze het begrepen hebben en wil $\frac{1}{2}$ geen instructie maar het zelf uitzoeken.

De kinderen staan positief tegenover het vak rekenen. Wat echter opvalt is de laatste vraag. Hierbij hebben een aantal kinderen twee antwoorden aangekruist. 54% zegt alleen uit het boek te werken en 45% geeft aan dat de juf materialen mee heeft.

3.3 Conclusie vooronderzoek

Door voorafgaand aan het vooronderzoek de methoden en de randvoorwaarden te beschrijven, werden keuzes bewust gemaakt en werd nagedacht welke middelen ingezet moesten worden om tot het antwoord te komen. Er zijn verschillende methoden ingezet en toegepast om een zo volledig mogelijk antwoord te kunnen geven op de deelvragen. Er werden bronnen bestudeerd, er werd een interview gedaan en er werd een vragenlijst afgenomen. Per methode werd afgewogen op welke manier het het best zou kunnen worden ingezet, gestructureerd, deels gestructureerd of weinig gestructureerd, gesloten vragen of open vragen, voor welke deelnemers het was en wat voor tijd ervoor gegeven zou worden. Elke methode had een ander doel (Van der Donk & Van Lanen, 2012).

In de handleiding van Alles Telt wordt de leerlijn beschreven. Per les wordt de leerlijn, het leerdoel, de nieuwe stof, hoe er geoefend kan worden en materiaal beschreven. Materiaal dat ingezet wordt, zoals de oefensoftware, fiches, kralenketting en getalkaartjes, is als ondersteuning van de ontwikkeling van begripsvorming (Van den Bosch-Ploegh et al., 2009). De methode differentieert in niveau, waardoor ieder kind krijgt wat hij nodig heeft. De sterkere kinderen volgen de pluslijn en krijgen uitdagend rekenwerk en de zwakkere kinderen krijgen meer ondersteuning en meer contextgebonden sommen. Naast de methode wordt Met Sprongen Vooruit ingezet, wat de begripsvorming van de kinderen op een actieve en motiverende manier ontwikkelt.

De leerkracht is goed op de hoogte van het belang van begripsvorming en past dit ook toe in het rekenonderwijs. Dat is naar voren gekomen tijdens het nauwelijks gestructureerde interview en de gestructureerde vragenlijst.

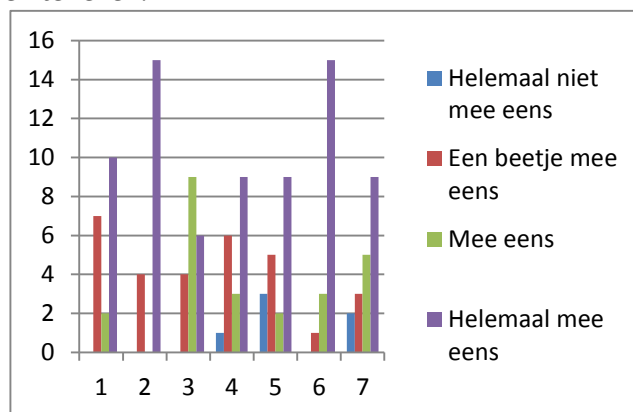
In het theoretisch kader kwam naar voren dat rekenen zonder getalbegrip het uitvoeren van trucjes verwordt (Braams & Denis, 2003). De leerkracht heeft in het interview aangegeven dat keersommen erg abstract ogen en dat het belangrijk is dat leerlingen niet alleen het 'trucje' leren met betrekking tot het oplossen van keersommen. Hierbij geeft ze al een belangrijke essentie weer. Rekenen is namelijk meer dan het uitvoeren van een rekentrucje, doordat je begrip van getallen en van hoeveelheden nodig hebt, je rekenprocedures moet snappen en kunnen uitvoeren en je een zekere hoeveelheid rekenfeiten moet weten om redelijk vlot te kunnen rekenen (Desoete & Braams, 2008). Ze laat hieruit blijken dat ze begripsvorming en inzichtelijkheid boven trucjes stelt, wat volgens Kool en De Moor (2009) ook noodzakelijk is.

De leerkracht heeft een goed beeld van de leerlijn, waardoor ze doelbewust en gedifferentieerd onderwijs biedt. Ze probeert activiteiten betekenisvol te maken en daarbij aan te sluiten bij de belevingswereld en de interesses van de kinderen door het in een context te plaatsen. Bij goede contexten wordt de werkelijkheid afgespiegeld, wat functioneel is voor het betekenis verlenen aan keersommen (Van Groenestijn et al, 2011). Er wordt regelmatig een koppeling gemaakt met het dagelijks leven.

Daarnaast wordt het doel van de les ook besproken, waardoor de leerlingen weten wat er van hun verwacht wordt en bewuster daar mee bezig zijn (Terlouw & Schoeman, 2005).

Uit de enquête van de leerlingen is naar voren gekomen is dat zij positief staan ten opzichte van keersommen. Dat is heel duidelijk uit de grafiek te lezen.

1	Ik vind het leuk om keersommen uit te rekenen
2	Ik vind het belangrijk om keersommen te leren
3	Ik vind het belangrijk om keersommen goed uit te kunnen rekenen
4	Ik begrijp alle keersommen
5	Ik wil steeds moeilijkere en grotere keersommen leren
6	Keersommen zijn belangrijk voor als ik groot ben
7	Het doel van de les is mij altijd duidelijk



De paarse kolom is bij elke vraag, op één na, het grootst, wat betekent dat de meerderheid het eens was met de vragen die gesteld werden. Het komt slechts een enkele keer voor dat iemand het helemaal niet eens is met de gestelde vraag. De meeste vragen zijn beantwoord met mee eens en helemaal mee eens. Hieruit kan geconcludeerd worden dat de meeste kinderen het leuk en belangrijk vinden om keersommen te leren en goed uit te kunnen rekenen. Daarnaast willen ze steeds grotere keersommen leren en vinden ze het belangrijk voor later.

Uit de andere vragen is naar voren gekomen dat de kinderen hun kladschrift pakken en/of net zo lang doorgaan met een keersom tot ze het antwoord weten. Slechts $\frac{1}{4}$ van de leerlingen slaat de som over.

Het merendeel van de kinderen vindt het leuk of is nieuwsgierig wanneer er keersommen aan bod komen, niemand baalt en er zijn slechts een paar kinderen die liever andere sommen maakt.

Een vraag die opvalt is de vraag hoe er gerekend wordt. Hierbij hebben een aantal kinderen twee antwoorden aangekruist. 54% zegt alleen uit het boek te werken en 45% geeft aan dat de juf materialen mee heeft. Meer dan de helft zegt alleen uit het boek te werken, wat materialen uitsluit, terwijl iets minder dan de helft zegt dat er materialen worden gebruikt.

4. Onderzoek naar het ontwerp

4.1 Methode onderzoek naar het ontwerp

In dit hoofdstuk zal het ontwerp worden verantwoord aan de hand van literatuur. Het ontwerp zal worden beschreven en verder worden toegelicht. Er wordt beschreven welke methoden van dataverzameling en data-analyse ingezet worden en wat de randvoorwaarden zijn.

Naar aanleiding van het theoretisch kader en het vooronderzoek is een ontwerp ontwikkeld. In dit ontwerp wordt uitvoerig beschreven hoe de strategieën van keersommen kunnen worden aangeboden waarbij begripsvorming wordt ontwikkeld. Het ontwerp zal gedurende zes weken uitgevoerd worden op De Horizon in groep 4. Voorafgaand aan het onderzoek wordt nog een nulmeting gedaan en na de uitvoering van het onderzoek wordt een eindmeting gedaan.

4.1.1 Beschrijving van het ontwerp en ontwerpcriteria

De leerlingen zitten nu in de reconstructiefase met vermenigvuldigen. In deze fase wordt de begripsvorming verder ontwikkeld en worden rekenstrategieën en rekenfeiten geleerd en toegepast. Hierbij gaat het niet om bepaalde tafels die ze moeten leren, maar meer om hóe ze vermenigvuldigen uit (kunnen) rekenen. De strategieën die de leerkracht aanbiedt, zorgt ervoor dat leerlingen handig, flexibel en snel sommen uit kunnen rekenen. Een leerling kiest een strategie die hij handig en/of prettig vindt. Het kan zijn dat dit geen handige strategie lijkt, maar het kan de voorkeur van een leerling wel hebben. Het is belangrijk dat zij eerst strategieën leren, aanleren en toepassen, voor zij deze gaan verkorten, automatiseren en memoriseren.

De ontwerpeisen welke uit het vooronderzoek en het theoretisch kader naar voren zijn gekomen:

- De lessen moeten aansluiten op de hoofdlijnen van de rekenwiskundige ontwikkeling (Van Groenestijn et al., 2011) en ruimte en tijd bieden voor de ontwikkeling van begripsvorming rondom keersommen
- Het ontwerp wordt minimaal twee keer per week 10 minuten uitgevoerd, waarbij gefocust wordt op de begripsvorming bij gebruik van strategieën bij keersommen (Oonk et al., 2011)
- Het ontwerp stimuleert leerlingen om ook in het dagelijks leven keersommen te herkennen (Bazalt, n.d.;
- Het ontwerp stimuleert de leerkracht concreet materiaal in te zetten
- Het ontwerp sluit aan bij de tussendoelen voor vermenigvuldigen in groep 4
- Het ontwerp gaat uit van de stappen van het opstellen van een rekenmuur (Kuiper en Van der Linden, 2013/2014) en krijgt een centrale plek in de klas (Steinvoorte, 2001)

Naar aanleiding van de ontwerpeisen, is het volgende ontwerp opgesteld.

Prototype	
Wie	- Twee leerkrachten van groep 4 - Groep 4 (eenentwintig leerlingen)
Wat	De leerkracht besteedt minstens twee keer in de week 10 minuten aandacht aan de rekenmuur en de tafeltafel, waarbij elke week een nieuwe strategie centraal staat en waarbij eerder aangeleerde strategieën herhaald worden. Op de rekenmuur komt alles wat de leerlingen zien en leren over vermenigvuldigen te hangen, gerangschikt op

	strategie. Op de tafeltafel kunnen concrete materialen komen te liggen, waarin keersommen terug te vinden zijn.
Wanneer	Dit ontwerp wordt zes opeenvolgende weken lang uitgevoerd. Het ontwerp kan worden ingezet tijdens de rekenles, maar ook als een op zich staande les gegeven worden.
Waar	Het ontwerp wordt in de klas besproken, maar leerlingen worden ook gestimuleerd om thuis of op school op zoek te gaan naar vermenigvuldigingssommen en om materialen mee te nemen.
Waarom	Doordat concrete materialen, visuele beelden en contexten een grote rol spelen bij de begripsvorming van keersommen is er gekozen voor een rekenmuur en een tafeltafel. Bij de rekenmuur komen sommen, afbeeldingen van vermenigvuldigingssituaties en geleerde kennis te hangen. Op de tafeltafel komen concrete materialen te liggen, waarin strategieën zichtbaar zijn weergegeven. Door elke week te focussen op één nieuwe strategie en eerder geleerde strategieën te herhalen, zullen de leerlingen deze strategieën dikwijls herhalen, waardoor ze beter en sneller in gaan zien wanneer welke strategie handig kan zijn bij het uitrekenen van een keersom.

Het ontwerp is in de bijlage op bladzijde 89 weergegeven.

Het doel van het ontwerp is om begripsvorming van strategieën bij vermenigvuldigingen te ontwikkelen bij de leerlingen. Het is belangrijk dat leerlingen in gaan zien hoe ze vermenigvuldigingen uit (kunnen) rekenen, doordat deze begripsvorming essentieel is voor de verdere rekenontwikkeling. In dit ontwerp staat elke week een andere strategie centraal, naast dat eerder behandelde strategieën herhaald zullen worden.

4.1.2 Monitoren

Randvoorwaarden					
Procedure	Om het ontwerp te monitoren, is er een overzicht gemaakt welke strategie in welke week aan de orde komt. Daarbij is uitleg gegeven wat de leerkracht doet en zegt en wat ze als materiaal kan gebruiken. Er kan naast de les opmerkingen bij geschreven worden. Beide leerkrachten vullen op hun laatste werkdag in de week een evaluatieblad in, waarin ze beschrijven wat hen opgevallen is, wat goed ging bij henzelf, wat goed ging bij de leerlingen, wat beter kan en welke verandering opgemerkt is. Deze punten worden gevraagd, doordat dit belangrijke punten zijn om bewust mee bezig te zijn. Door kritisch op zichzelf te reflecteren, zullen ze de volgende les beter aanbieden. Na de les worden de keersommen op de datamuur geplakt. Hierbij komen zowel de sommen als foto's van de concrete keersom (stickervel, lijmpotjes e.d.) te hangen. De sommen worden gerangschikt op strategie. Elke week staat er een andere strategie centraal, wat besproken wordt met de kinderen en inzichtelijk wordt gemaakt. Bij een nieuwe strategie hoort ook een nieuwe kleur.				
	Verwisselen	Verdubbelen	Halveren	1x meer	1x minder
	Rood	Blauw	Paars	Groen	Oranje
10 x Roze Voor deze indeling is gekozen, omdat het in deze volgorde in het ontwerp aan bod komt. De onderdelen komen te hangen op een kleur, om de verschillende strategieën duidelijk te onderscheiden en om deze					

	kleuren in activiteiten en/of sommen terug te laten komen. Er kan op een wit vel de overkoepelende sommen komen te staan (zie bijlage bladzijde 90). Hierbij kan elke som in de kleur van de strategie worden geschreven. Bij de som 10 x 5, kan 5 x 10 rood geschreven worden en 20 x 5 en 10 x 10 blauw.
Deelnemers	- Leerkracht groep 4 - Groep 4 (21 leerlingen)
Instrumenten	Er wordt gebruik gemaakt van het ontwerp waarin per week staat beschreven welke strategie aan de orde is, wat er belangrijk is bij die strategie, welk model het meest van toepassing is, welke materialen erbij ingezet kunnen worden en hoe het aangeboden zou kunnen worden.
Materiaal	- Beschrijving van het ontwerp (zie bijlage bladzijde 89) - Evaluatieblad van de behandelde strategie - Concreet materiaal zoals in het ontwerp beschreven staat, zoals lijmpotjes, pennen, stickervellen, eierdozen en handschoenen - Fototoestel om momenten en concrete keersommen vast te leggen

4.1.3 Meten

Om het ontwerp te meten wordt voorafgaand aan het ontwerp een observatie gedaan bij de leerkracht van groep 4. Dit geldt als nulmeting voor het ontwerp.

Leerkracht observeren – gestructureerde observatielijst (bladzijde 65)

Randvoorwaarden	
Procedure	De leerkracht wordt geobserveerd, waarbij de gestructureerde observatielijst (vragenlijst) wordt ingevuld. Tijdens deze observatie wordt volgens de beoordelingsschaal -- , - , 0 , + of ++ beoordeeld (Van der Donk en Lanen, 2009), waarbij -- het minst aanwezig en ++ het meest aanwezig betekent. Voor deze observatie wordt drie kwartier (een rekenles) gerekend. Doel: middels deze gestructureerde observatie inzicht verkrijgen in hoeverre de leerkracht tijdens de rekenles aan begripsvorming tegemoet komt.
Deelnemers	Leerkracht groep 4 Groep 4 (21 leerlingen)
Materiaal	- Gestructureerde vragenlijst

Nadat het ontwerp gedurende zes weken is uitgevoerd, volgt een nauwelijks gestructureerde vragenlijst voor de leerkracht.

Leerkracht bevragen – nauwelijks gestructureerde vragenlijst (bladzijde 67)

Randvoorwaarden	
Procedure	Nadat het ontwerp gedurende zes aaneenvolgende weken is uitgevoerd, vult de leerkracht de nauwelijks gestructureerde vragenlijst in. Voor het invullen van deze vragenlijst wordt drie kwartier gerekend. Doel: middels deze nauwelijks gestructureerde vragenlijst inzicht verkrijgen in de kennis, het inzicht, de houding en de ervaringen van de leerkracht m.b.t. begripsvorming bij strategieën tijdens de rekenles n.a.v. het uitvoeren van onderzoeksontwerp.
Deelnemers	Leerkracht groep 4
Materiaal	- Nauwelijks gestructureerde vragenlijst - Computer

Ook volgt er een nauwelijks gestructureerde vragenlijst voor de leerlingen

Leerlingen bevragen – nauwelijks gestructureerde vragenlijst (bladzijde 69)

Randvoorwaarden	
Procedure	Nadat het ontwerp gedurende zes aaneenvolgende weken is uitgevoerd, vullen de leerlingen de nauwelijks gestructureerde vragenlijst in. Voor het invullen van deze vragenlijst wordt drie kwartier gerekend. Doel: middels deze nauwelijks gestructureerde vragenlijst inzicht verkrijgen in de kennis, het inzicht, de houding en de ervaringen van de leerlingen m.b.t. begripsvorming bij strategieën tijdens de rekenles n.a.v. het uitvoeren van onderzoeksontwerp.
Deelnemers	Leerlingen groep 4
Materiaal	- Nauwelijks gestructureerde vragenlijsten (21 keer) - Potloden/pennen

4.2 Resultaten onderzoek naar het ontwerp

4.2.1 Nulmeting

Als nulmeting werd de leerkracht geobserveerd. Deze observatie is te vinden in de bijlage op bladzijde 71. Uit deze observatie blijkt dat de leerkracht bewust bezig is met begripsvorming tijdens de rekenles. Dit wordt gedaan door materiaal in te zetten, het visueel te maken, een context bij een som te maken of door een koppeling met de werkelijkheid te maken. Het doel wordt verteld, waardoor het duidelijk is voor de leerlingen wat er die les aan de orde komt en wat ze gaan oefenen en leren.

De leerkracht maakte tijdens de les amper gebruik van de formele som, maar meer met contextgebonden sommen. De leerkracht maakte zelf een koppeling met het dagelijks leven, maar zou dit meer uit de kinderen kunnen laten komen. De leerkracht komt tegemoet aan verschillende niveaus tijdens de introductie, maar ook tijdens de instructie.

De leerkracht heeft de strategieën van keersommen echter niet benoemd of behandeld.

4.2.2 Ontwerp monitoren

Gedurende de uitvoering van het ontwerp is er wekelijks gereflecteerd op het eigen handelen van de leerkracht, op de leerlingen en op de les. Tijdens de hele uitvoering waren de kinderen erg gemotiveerd, betrokken en actief. Er werd uitgekeken naar het moment van het leren van een (nieuwe) strategie.

In de eerste week werd de verwisselstrategie behandeld. De kinderen kregen door dat je bij een doosje potloden zowel 2×6 als 6×2 kan uitrekenen en dat het antwoord gelijk blijft. Naast de materialen die de leerkracht mee had, moesten de leerlingen ook op zoek gaan naar keersommen in de klas. De kinderen keken op een heel andere manier naar de klas. Ze zochten naar keersommen met de verwisselstrategie en zagen die in één keer overal. Het begon voor ze te leven, doordat ze het in hun omgeving op veel verschillende manieren zagen. Eén leerling heeft heel goed benoemd dat je bij plus- en keersommen de getallen mag verwisselen en de uitkomst hetzelfde is, terwijl dat bij minsommen niet mag, omdat er dan een andere uitkomst uit komt. Het model dat bij deze strategie hoort, het rechthoekmodel, is ook behandeld. Ook dit was nieuw voor de kinderen. Ze zagen naast keersommen in de klas nu ook keersommen in de vorm van een rechthoek, waarbij het op twee manieren uitgerekend kan worden. De leerkracht kan moeilijkere keersommen gaan vragen.

In de tweede week werd de verdubbelstrategie behandeld. Eerst is de verwisselstrategie herhaald, voor de nieuwe strategie aangeboden werd. Deze strategie heeft de leerkracht eerst benoemd met het doel, daarna heeft zij zelf een paar voorbeelden gegeven waarna de kinderen daarna met voorbeelden mochten komen. Naast de keersom moesten ze ook vertellen waar ze het zagen en hoe het opgelost zou moeten worden volgens deze strategie. Doordat bij elke keersom werd uitgelegd hoe je het uit moest rekenen, werd het vaak herhaald, wat gunstig is voor alle leerlingen, maar vooral voor de zwakke rekenaars. De zwakke rekenaars konden echter wel mee doen, maar gaven over het algemeen iets gemakkelijkere keersommen. Toch begrepen ze de strategie, waardoor ze het in een later stadium ook met moeilijkere keersommen toe kunnen passen.

In de derde week werd de halveerstrategie behandeld. Doordat de kinderen de verdubbelstrategie beheersten, begrepen ze deze strategie ook sneller. De kinderen kregen door dat je een keersom in plaats van te verdubbelen ook kan halveren. Er kwam naar voren dat de even keersommen op een dubbele manier gehalveerd kan worden. Toen de leerkracht aangaf dat 2×3 op één manier kan, namelijk 1×3 , zei één leerling: "Nee hoor, je kan ook $2 \times 1,5$ doen. Dit is door de leerkracht opgepakt. Ze heeft aangegeven dat dit kan, maar dat het

vaak niet gemakkelijker wordt om een keersom met een kommagetal uit te rekenen. Hierbij is benoemd dat het wel kan, maar dat het niet gemakkelijker wordt.

Er werden een aantal keersommen genoemd die in de eerdere les(sen) ook al behandeld waren. De volgende keer kunnen kinderen worden uitgedaagd nieuwe keersommen te zoeken, door in de klas te gaan zoeken, door in de school te gaan zoeken of door thuis te zoeken.

In de vierde week werd de 1x meer strategie behandeld. Dit was de eerste strategie die de kinderen niet snel oppikten. Hierdoor heeft de leerkracht expliciet uitgelegd wanneer deze strategie handig toegepast zou kunnen worden. Hierbij heeft ze een koppeling gemaakt met het dagelijks leven en met dingen die op school aan de orde komen. Daarnaast heeft ze uitgelegd bij welke keersommen deze strategie het handigst ingezet zouden kunnen worden. Door de koppeling met het dagelijks leven en de uitleg, gingen kinderen meer inzien wanneer deze strategie handig is. Hierna kwamen de kinderen met voorbeelden. Ze hebben gezocht naar materialen waar deze strategie op van toepassing was. Doordat deze strategie iets lastiger was, is het ook buiten de rekenles nog regelmatig terug gekomen, zoals tijdens de gymles bij het maken van groepjes.

In de vijfde week werd de 1x minder strategie behandeld. De kinderen vonden tijdens de eerste les waarin 1x meer werd aangeboden de strategie nog vrij lastig toe te passen. Tijdens de eerste les van de 1x minder strategie, konden ze de 1x meer strategie goed uitleggen en concretiseren. Hierna is de 1x minder strategie aangeboden. Deze is gekoppeld aan de strategie 1x meer. Deze strategie werd snel begrepen door de kinderen. De kinderen zijn in tweetallen op zoek gegaan naar keersommen, waarbij de sterkere leerling de zwakkere kon helpen met het zoeken en met de strategie uit te leggen.

In de zesde week werd de 10x strategie behandeld. Hierbij werd duidelijk benadrukt dat je bij keersommen de 0 weg kan halen en er na het uitrekenen van de keersom weer bij het antwoord kan plakken. De kinderen zijn uitgedaagd zulke groot mogelijke en moeilijke keersommen te bedenken en op te schrijven. Tijdens deze les was er ontoreikend materiaal voor de grootste sommen. De kleinere keersommen zijn wel geïllustreerd aan de hand van concreet materiaal. Toen de kinderen de strategie konden en begrip hadden ontwikkeld, konden ze grotere sommen bedenken. Hierdoor is het materiaal niet echt gemist. De kinderen kregen ook door dat je bij bijvoorbeeld de keersom $\times 1000$ je drie nullen weg kan halen en bij het antwoord kan schrijven. In de tweede les hebben de kinderen een bladzijde voor het moeilijke sommenboekje gemaakt (zie bijlage bladzijde 104).

4.2.3 Eindmeting

Als afronding van het ontwerp is er een moment geweest als afronding waarin alle strategieën van keersommen behandeld werd. De kinderen moesten in een groepje bij één keersom alle strategieën proberen te beschrijven (op de kleur van die strategie). Dit is besproken. Daarnaast is er gereflecteerd op de afgelopen zes weken.

De leerkrachten hebben een nauwelijks gestructureerde vragenlijst ingevuld (zie bijlage bladzijde 73). De leerlingen hebben ook een nauwelijks gestructureerde vragenlijst ingevuld (zie bijlage bladzijde 77). Deze is geanalyseerd.

Analyse nauwelijks gestructureerde vragenlijst van de leerkrachten

Door de vragenlijst is er inzicht verkregen in de (opgedane) kennis, het (verkrege)n inzicht, de houding en de ervaringen van de leerkracht naar aanleiding van de uitvoering van het onderzoeksontwerp.

Er is positief geschreven over de ervaring van de uitvoering van het ontwerp. De ene leerkracht schrijft: "De kinderen komen op een andere manier in aanraking met

vermenigvuldigingen dan tijdens methodelessen. De kinderen hebben vermenigvuldigen in de dagelijkse praktijk leren herkennen en toepassen. De methode probeert hier ook bij aan te sluiten, maar dit onderzoek sloot dichter bij de belevingswereld van de kinderen aan.” De andere leerkracht schrijft: “Het was leuk om met de kinderen op een andere manier de keersommen te maken en verschillende strategieën aan te bieden. In de methode wordt het vrij "statisch" aangeboden, de kinderen waren bij dit ontwerp meer bij deze strategieën betrokken.”

Beide leerkrachten hebben aangegeven dat de kinderen nu goed weten wat keersommen inhouden en veel van de strategieën hebben opgestoken. Ze kunnen voorbeelden noemen en toepassen in de praktijk. Ook hebben ze geleerd om in hun omgeving rond te kijken op zoek naar strategieën en kunnen dat toepassen.

Op de vraag of ieder kind op eigen niveau tot ontwikkeling is gekomen, wordt het volgende beschreven. “Ja, juist door verwerking of werkvormen te kiezen waarbij de kinderen naar eigen inzicht sommen konden bedenken sluit je nauw aan bij het leerniveau van kinderen. De sterke groep kinderen ontdekten ‘grote en moeilijke’ keersommen, terwijl de zwakkere groep kinderen het veiliger hield bij de ‘bekende’ keersommen; toch laat dit zien dat zij de strategie beheersen en dit kunnen toepassen” (Leerkracht groep 4, 2015).

Het visueel en concreet maken van keersommen heeft volgens de leerkrachten bijgedragen aan een beter begrip en/of beter inzicht van de keersom(men). Doordat het inzichtelijk is gemaakt, kunnen leerlingen de kennis en vaardigheden gemakkelijker ophalen. Ook de reguliere rekenles profiteerde daarvan.

Er is ook buiten de tijd van het ontwerp om aandacht besteed aan keersommen door bijvoorbeeld een koppeling te maken. Bij een gymles werden groepjes gemaakt door een bepaalde strategie te gebruiken.

Het werd als prettig ervaren dat er één strategie centraal stond, waardoor die strategie uitgediept kon worden. Dit schepte voor de kinderen ook duidelijkheid, waarbij de verschillende kleuren voor de strategieën ook aan bijdroegen.

Ook werd teruggegeven dat de kinderen positief en enthousiast waren. Zelfs ouders reageerden positief bij het zien van de rekenmuur (Leerkracht groep 4, 2015).

Op de vraag of het ontwerp als meerwaarde is gezien bij het aanbieden van keersommen waarbij aan de begripsvorming werd gewerkt, is het volgende geantwoord: “Ja zeker. Het vermenigvuldigen komt binnen de methode terug, maar wordt over verschillende lessen en blokken verdeeld. Nu zijn we een aantal weken intensief alleen met de verschillende strategieën van vermenigvuldigen bezig geweest waardoor deze stof extra is aangezet. De kinderen begrijpen de sommen van de methode nu sneller” (leerkracht groep 4, 2015). De andere leerkracht (2015) heeft het volgende beschreven: “Ja. In de methode komen de keersommen op verschillende momenten aan bod, terwijl je nu een aantal weken achter elkaar intensief bezig bent geweest. Dit is voor kinderen een fijne manier.”

Beide leerkrachten houden dit ontwerp in gedachten voor volgende jaren. Het zoeken naar concrete voorbeelden, de koppeling naar het dagelijks leven en dat keersommen met verschillende strategieën opgelost kunnen worden, werden als sterke punten beschreven. Als verbetering werd beschreven dat er meer tijd voor herhaling of extra instructie ingepland had kunnen worden voor de zwakke leerlingen, waardoor het beter zou beklijven.

Analyse nauwelijks gestructureerde vragenlijst van de leerlingen

De complete analyse van de nauwelijks gestructureerde vragenlijst van de leerlingen is in de bijlage op bladzijde 77 opgenomen. Hierbij worden echter de meest belangrijke conclusies beschreven.

Wat over het algemeen bij de gehele enquête opvalt is dat de leerlingen heel positief zijn over de lessen. Naast dat leuk, spannend, interessant en anders werd ingevuld, werd het ook leerzaam gevonden om strategieën te leren, omdat ze daardoor meer weten, de keersommen beter begrijpen en het makkelijker is geworden. Bij de vraag wat de leerlingen hebben geleerd werd voornamelijk iets over de strategieën of de manieren/trucjes geschreven, waarbij er ook als uitleg werd geschreven “hoe je keersommen het beste uit kan rekenen”. Enkele kinderen hebben ook een voorbeeld van een keersom gegeven die ze geleerd hebben. Er heeft iemand nog ingevuld veel meer te willen leren.

Er wordt 6 keer aangegeven dat het makkelijk was, 4 keer dat het moeilijk was en 6 dat het er tussen in zat, terwijl er op de vraag of ze alle keersommen kennen 9 keer wordt geantwoord dat ze het kennen, 7 keer dat nog niet alles helemaal wordt gekend. De strategieën die de kinderen moeilijk vonden zijn de halveerstrategie (5 keer) en de 10x strategie (7 keer). Van de 17 afnamen willen 16 leerlingen vaker iets op deze manier leren, omdat het leuk, handig, leerzaam en makkelijk is.

4.3 Conclusie onderzoek naar het ontwerp

Als eerst volgt de presentatie van de ontwerp kennis. Daarna wordt de hoofdvraag beantwoord, door verkregen kennis en inzichten van de theoretische vragen, de generieke vragen en de ontwerp vragen.

4.3.1 In welke mate heeft deze methodiek in de praktijk bijgedragen aan het ontwikkelen van begripsvorming bij strategieën van keersommen?

De kinderen zijn met het ontwerp op een heel andere manier in aanraking gekomen met vermenigvuldigingen dan tijdens methodelessen. Dit ontwerp sloot dicht bij de belevingswereld van de kinderen. De kinderen hebben goed geleerd wat keersommen inhouden en welke strategieën ze in kunnen zetten. Ze hebben vermenigvuldigingen in de dagelijkse praktijk leren herkennen en toepassen. Ieder kind is op zijn eigen niveau tot ontwikkeling gekomen. De zwakkere kinderen konden nog niet heel grote keersommen geven, maar begrepen de procedure en de strategieën wel.

Het visueel en concreet maken van keersommen heeft volgens de leerkrachten bijgedragen aan een beter begrip en/of beter inzicht van de keersom(men). Daarnaast was het voor de kinderen heel duidelijk doordat er elke week één strategie (met een bepaalde kleur) centraal stond en het inzichtelijk is gemaakt op de rekenmuur. Doordat de begripsvorming ontwikkeld is bij strategieën van keersommen, kunnen leerlingen de kennis en vaardigheden gemakkelijker ophalen.

Zowel de leerlingen als de leerkrachten en de ouders waren enthousiast over de rekenmuur. Beide leerkrachten geven aan dat het ontwerp een meerwaarde was bij het aanbieden van keersommen. Ze houden dit ontwerp in gedachten voor volgende jaren. Het zoeken naar concrete voorbeelden, de koppeling naar het dagelijks leven en dat keersommen met verschillende strategieën opgelost kunnen worden, werden als sterke punten beschreven.

Doordat alle deelvragen nu beantwoord zijn en het ontwerp is uitgevoerd, kan er antwoord gegeven worden op de hoofdvraag:

4.3.2 Hoe kan een leerkracht tegemoet komen aan begripsvorming bij strategieën met betrekking tot vermenigvuldigen?

In de theorie kwam heel duidelijk naar voren dat begripsvorming de basis is van elk domein en daardoor erg essentieel is (Van Groenestijn et al, 2011; Braams & Denis, 2003; Oonk et al., 2011). Een regelmatig terugkerend aspect tijdens de literatuurstudie was dat de methodes en/of de leerkrachten te snel door de begripsvormende fase heen gaan. Op een goede begripsvorming kunnen verdere inzichten, kennis en vaardigheden voortgebouwd worden, maar wanneer er geen goede begripsvorming is, zullen tijdens een later stadium problemen voor kunnen komen. In het vooronderzoek is bij het nauwelijks gestructureerde interview en zeer gestructureerde vragenlijst naar voren gekomen dat de leerkracht zich erg bewust is van begripsvorming en hier in haar les ook aandacht aan besteed. Toch werden niet alle aspecten die van belang zijn om begripsvorming te ontwikkelen toegepast. Er werd een ontwerp opgesteld, waarin de strategieën van keersommen behandeld zouden worden. Elke week stond er een andere strategie centraal en werd dat aangeboden met betekenisvolle contexten, met concreet materiaal en met een koppeling naar de werkelijkheid, zodat de kinderen hebben ervaren dat het betekenis heeft en zinvol is om te leren en te beheersen (Van Groenestijn et al, 2011). Het doel werd voorafgaand verteld en na de les werd de rekenmuur aangevuld, om de leerlingen nog bewuster te maken van de strategie (Terlouw & Schoeman, 2005). Bij het opstellen van de rekenmuur is gebruik gemaakt van de stappen die Kuiper en Van der Linden

(2013/2014) hebben beschreven, er werd namelijk eerst een doel opgesteld, deze werd betekenisvol gemaakt, sloot aan bij de onderwijsbehoeften, maakte duidelijk wat er bij hoorde en was tevens een evaluatie.

Tijdens het ontwerp kwamen de drie componenten van de ontwikkeling van begripsvorming aan bod:

- Verlenen van betekenis aan rekenwiskundig handelen (semantiseren);
- Ontwikkelen van rekenwiskundige concepten;
- Ontwikkelen van rekentaal.

In het theoretisch kader kwam naar voren dat rekenen zonder getalbegrip het uitvoeren van trucjes verwordt (Braams & Denis, 2003). Tijdens de zes weken is er vooral vanuit begripsvorming gewerkt en telkens benoemd waarom een procedure wordt gebruikt en hoe dat moest. De strategieën die behandeld werden, waren verdubbelen, halveren, $10x$, één keer meer en één keer minder. Doordat de strategieën duidelijk zijn uitgelegd door de leerkracht, zal de volgende fase bij het leren van tafels, de reconstructiefase, gemakkelijker en geleidelijker verlopen (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010). De kinderen hebben geleerd wanneer welke strategie handig ingezet kan worden. Ook hebben ze geleerd om gebruik te maken van de ankerpunten die ze kennen. Ieder kind heeft zich op eigen niveau ontwikkeld. De strategieën werden vrijwel allemaal beheerst. De zwakkere kinderen deden gemakkelijkere sommen bij een strategie, maar begrepen wel hoe ze het moesten doen. De leerkracht heeft de lessen betekenisvol aangeboden en strategieën inzichtelijk gemaakt, waardoor de kennis en vaardigheden beter zullen beklijven (Kool & De Moor, 2009). Het is van groot belang dat begripsvorming herhaald blijft worden, door te blijven oefenen, waardoor strategieën nog meer eigen worden gemaakt en beter zullen beklijven (Steinvoorte, 2001).

Doordat de lessen op verschillende manieren betekenisvol werden gemaakt en de kinderen zagen en ervoeren dat overal keersommen zijn, zijn ze zich meer bewust waarom ze dit moeten leren. Naast betekenisvol, motiverend en passend, moet de context ook geschikte getallen voor gewenste oplossingen bevatten en als vanzelf tot een geschikt model leiden (Oonk et al., 2014).

De kinderen waren gedurende de hele uitvoering van het ontwerp erg enthousiast. Uit de nauwelijks gestructureerde enquête die als eindmeting bij de leerlingen is afgenomen hebben 16 van de 17 leerlingen gezegd dat ze vaker iets op deze manier willen leren, omdat ze het leuk, handig, leerzaam en makkelijk vonden. De volgende zin is door een leerling opgeschreven, maar geldt voor meerdere leerlingen: “Ik vond x sommen ierst heel moeilijk maar nu vin ik het makelijker”.

5. Discussie

In dit hoofdstuk wordt er kritisch naar het onderzoek en het ontwerp gekeken. Er worden mogelijke beperkingen beschreven, vervolgvragen en suggesties voor vervolgonderzoek gegeven en er worden discussiepunten en aanbevelingen voor de praktijk beschreven.

Mogelijke beperkingen

Tijdens de uitvoering van het ontwerp is de handleiding van het ontwerp gevolgd. Hierbij werd beschreven welke strategie aan de orde kwam, welke materialen ingezet zouden kunnen worden en wat de leerkracht zou kunnen doen en zeggen. Er was ruimte voor eigen inbreng van de leerkracht over de precieze wijze waarop het aangeboden kon worden, waarbij er verschillende werkvormen ingezet zouden kunnen worden. In het ontwerp is geen aparte beschrijving gemaakt voor de sterke leerlingen, voor de gemiddelde leerlingen en voor de zorgleerlingen. Uit de lessen en de evaluatie is gebleken dat de meeste leerlingen alle strategieën beheersen. Er zijn echter ook enkele kinderen die hebben aangegeven moeite te hebben met bepaalde strategieën. Voor die kinderen zou meer tijd ingeruimd moeten worden, waarbij ze verlengde instructie krijgen, meer voorbeelden, meer herhaling en meer oefening. Hierdoor zullen zij nog vaardiger worden in het toepassen van strategieën en zal het beter beklijven.

Een criteria van het onderzoek was:

Het ontwerp wordt minimaal twee keer per week 10 minuten uitgevoerd, waarbij gefocust wordt op de begripsvorming bij gebruik van strategieën bij keersommen (Oonk et al., 2011)

De activiteit heeft altijd rond de 15 tot 20 minuten geduurd, doordat de 10 minuten, zoals beschreven stond, te kort waren om een nieuwe strategie aan te bieden of een behandelde strategie te herhalen. Het ontwerp had vaker en langer ingezet mogen worden, waardoor de begripsvorming nog beter en meer ontwikkeld zou worden.

Vervolg vragen, discussiepunten, suggesties voor vervolgonderzoek en aanbevelingen

Het ontwerp is zes achtereenvolgende weken uitgevoerd. Het ontwerp werd twee keer per week uitgevoerd. Naast de ingeplande momenten voor het ontwerp is het nog niet breder getrokken naar andere momenten en vakken. Als vervolgvraag zou de volgende vraag onderzocht kunnen worden:

“Op welke manieren zou je de begripsvorming van strategieën bij keersommen buiten de rekenles om kunnen integreren?”

Volgens Nelissen (2010) ontstaat begrip en inzicht door te gaan experimenteren, door toe te passen, door te reflecteren, door interactie, door toepassingen in andere situaties en natuurlijk ook door oefenen. Het is namelijk naast de koppeling naar het dagelijkse leven ook aan te bevelen gedurende de dag een koppeling te maken naar strategieën, waardoor het nog vaker gezien, gehoord en geoefend wordt. De leerkracht kan bijvoorbeeld naar strategieën vragen bij het uitdelen van materialen, bij het ophangen van spullen en bij het indelen van groepjes.

Zoals beschreven staat bij de mogelijke beperkingen, is er in het ontwerp geen aparte beschrijving gemaakt voor de sterke, de gemiddelde en de zwakke leerlingen. Tijdens de uitvoering van het ontwerp werd de groep als groep gezien en werd er niet extra aandacht besteed aan de zwakkere kinderen. Tijdens werkvormen werd hier wel aan gedacht, maar zij kregen niet meer tijd of extra instructie. Een vraag die hierbij naar voren komt, is deze:

“Op welke manieren had er meer tegemoet kunnen komen aan de niveauverschillen van de leerlingen?”

Naast die vraag zal de volgende vraag ook bijdragen aan een beter onderzoek.

“Hoe kon de ontwikkeling van begripsvorming bij strategieën van keersommen bij individuele leerlingen worden gemonitord?”

Tijdens de uitvoering heeft de leerkracht vooral op zichzelf en op de klas als geheel gemonitord. Er is niet weergegeven hoe individuele leerlingen zich ontwikkelden. Als aanbeveling kan dit verdiept worden. Door te monitoren hoe de ontwikkeling van elke leerling verliep, zou daar meer op ingespeeld kunnen worden en wordt het verschil ook zichtbaarder. Door bij het ontwerpen van activiteiten gebruik te maken van het IGDI-model, kunnen activiteiten beter worden vormgegeven en beter worden geëvalueerd (Buitenhuis, Hout, Jansen & Logtenberg, 2012). Hierdoor zal het onderzoek verbeterd worden.

Er werd twee keer in de week aandacht besteed aan het ontwerp. Het werd meestal langer dan de beschreven 10 minuten uitgevoerd. Gedurende de uitvoering en tijdens de evaluatie bleek dat twee keer 10 minuten echt te weinig is. Het ontwerp had vaker en langer uitgevoerd kunnen worden.

“Hoeveel tijd dient er te worden ingeruimd voor de ontwikkeling van begripsvorming van strategieën bij keersommen?”

Een aanbeveling is om hier meer onderzoek naar te doen en om er meer tijd voor in te ruimen. Het zal misschien lijken alsof het tijd kost, maar er zal profijt worden opgedaan door deze investering. Wanneer de kinderen een goed begrip hebben ontwikkeld van de strategieën zullen ze dit steeds vaker en handiger in gaan zetten, waardoor er waarschijnlijk minder uitvallers in een later stadia zijn. Steinvoorte (2001) schrijft dat van groot belang is dat begripsvorming herhaald moet worden, door te blijven oefenen, waardoor strategieën meer eigen worden gemaakt en beter zullen beklijven.

Het is aan te bevelen om bij de ontwikkeling van begripsvorming zoveel mogelijk concreet materiaal in te zetten, om zo vaak mogelijk een koppeling te maken naar het dagelijks leven en om betekenisvolle contexten te geven. Wanneer de leerlingen een goede begripsvorming ontwikkelen over de strategie, zullen zij hiervan blijven profiteren. Zij weten immers wat er gevraagd wordt en welke handeling/ procedure ze daarbij moeten doen. Dit is essentieel, doordat de sommen steeds minder concreet worden en contexten minder duidelijk. Uiteindelijk zullen formele sommen ook opgelost dienen te worden.

Tot slot is het aan te bevelen een rekenmuur te maken. Hierdoor werd het voor de kinderen heel duidelijk en inzichtelijk welke sommen bij welke strategie hoorden. Door elke strategie een andere kleur te geven, werd er duidelijk onderscheid gemaakt. Naast dat onderscheid is het ook belangrijk om als leerkracht de overeenkomsten te benoemen, uit te leggen en inzichtelijk te maken.

Literatuurlijst

Tijdens het schrijven van deze bachelorthesis zijn de volgende bronnen geraadpleegd.

- Bakker, M., Gerrits, P., & Theil, J. (2012). *Resultaat met rekenen. Handvatten voor een goede rekenles*. Amersfoort: Wilco.
- Barmby, P., Harries, T., Higgins, S., & Suggate, J. (2009). *The array representation and primary children's understanding and reasoning in multiplication*. Dordrecht: Springer Science + Business Media B.V.
- Bazalt (n.d.). *Expertise rekenwonders*. Verkregen via <http://www.bazalt.nl/expertise-rekenwonders>
- Boswinkel, N., & Moerlands, F. (2003). *Het topje van de ijsberg*. Utrecht: Freudenthal Instituut. Verkregen via <http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/5467.pdf>
- Braams, T., & Denis, D. (2003). *Getalbegrip: een noodzakelijke voorwaarde voor het leren rekenen*. Verkregen via http://www.google.nl/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CCEQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.tbraams.nl%2Fsite%2Fwp-content%2Fuploads%2F2012%2F11%2Fgetalbegrip.pdf&ei=ryvWVOfaFYj8ywOw4YC4Dw&usg=AFQjCNGIWIRN0BFR30cwqQZ_WZ9KPGf0rw&bvm=bv.85464276,d.bGQ
- Buitenhuis, A., Van den Hout, T., Jansen, J., & Logtenberg, H. (2012). *Reken 'Effectieve interventies rekenen/wiskunde' van urgentie naar preventie*. Amersfoort: CPS Uitgeverij.
- Ceyssens, M. (2002). *Ik reken fout – omgaan met rekenproblemen. Gids voor ouders, leerkrachten en begeleiders*. Tiel: Lannoo.
- De Pater, M. (2015). *Tafels leren*. Verkregen via <http://wij-leren.nl/tafels-leren.php>
- De Pater-Sneep, M., & Janson, D (2012). Leren vermenigvuldigen meer dan tafels leren! *Pulse primair onderwijs* 4(4), 12-16
- Desoete, A. & Braams, T. (2008). *Kinderen met dyscalculie*. Amsterdam: Boom.
- Geary, D. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of learning disabilities*. 37 (1), p. 4-14. Verkregen via http://scholar.google.nl/scholar_url?url=http://web.missouri.edu/~gearyd/JLD04.pdf&hl=nl&sa=X&scisig=AAGBfm04wES7L1d3fvh3lAI5PRwfFONR0Q&nossl=1&oi=scholar&ei=rSVLVanCNKHC7Aa46IGoDw&sqi=2&ved=0CCAQgAMoATAA
- Keijzer, R., & De Goeij, E. (2004). *Rekenen-wiskunde als rijke bron*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Kool, M., & De Moor, E. (2009). *Rekenen is leuker dan als je denkt*. Amsterdam: Bert Bakker.
- Kuiper, J. & Van der Linden, J. (2013/2014). De tien moeilijkste tafelsommen. Een datamuur voor en door leerlingen. *Volgens Bartjens...* 33(2), 30-33.
- Lemov, D. (2012). *Teach like a champion. 49 technieken om leerlingen te laten excelleren*. Rotterdam: CED-groep.
- Oonk, W., Keijzer, R., Lit, S., Den Engelsens, M., Lek, A., & Van Waveren Hogervorst, C. (2011). *Rekenen-wiskunde in de praktijk. Kerninzichten*. Groningen: Noordhoff.
- Oonk, W., Keijzer, R., Lit, S.A., Amse, H., Barth, F., & Lek, A.T.E. (2014). *Rekenen-wiskunde in de praktijk. Onderbouw*. Groningen: Noordhoff.
- Oonk, W., Keijzer, R., Lit, S.A., Barth, F., Den Engelsens, J.F.M., Markusse, A.J., & De Vet, C.A.J. (2014). *Rekenen-wiskunde in de praktijk. Bovenbouw*. Groningen: Noordhoff
- Snowder, J., & Schappelle, B. (1995). *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades*. Albany: State University of New York Press
- Steinvoorte, S. (2001). Wat verder ter tafel komt. Leren vermenigvuldigen. *Volgens Bartjens...* 21(3), 9-12.

- Tal-team (1999). *Jonge kinderen leren rekenen*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Terlouw, B., & Schoeman, G. (2005). Werken aan begripsvorming bij keersommen. Juf, had u gedacht dat ik die tafels ooit zou leren? *Volgens Bartjens...* 25(5), 9-12.
- Van den Bosch-Ploegh, E., Krol, B., Nijs- van Noort, J., Plomp, A., Sweers, W., & Vuurmans, A.C. (2009). *Alles telt. Reken-wiskundemethode voor het basisonderwijs. Handleiding groep 4*. Amersfoort: ThiemeMeulenhoff.
- Van der Donk, C., & Van Lanen, B. (2012). *Praktijkonderzoek in de school*. Bussum: Coutinho.
- Van Groenestijn, M., Borghouts, C., & Janssen, C. (2011). *Protocol ernstige rekenwiskunde problemen en dyscalculie. BAO SBO SO*. Assen: Van Gorcum.
- Veltman, A., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2010). *Rekenen met hele getallen op de basisschool. Tussendoelen Annex Leerlijnen*. Houten: Noordhoff.

Bijlagen

Bijlagen A – Evaluatie

Als afronding zal er op de thesis geëvalueerd worden. Dit zal gedaan worden door beoordelingsaspecten te beschrijven, welke Van der Donk en Van Lanen (2012) beschreven hebben.

1.1 Individuele ontwikkeling

Ik heb erg veel nieuwe kennis en inzichten verworven over het belang van begripsvorming, over de ontwikkeling van begripsvorming, over de ontwikkeling en fasen van vermenigvuldigen, over strategieën bij vermenigvuldigingen en over de stappen van een rekenmuur. Naast mijn kennis is ook mijn kunde ontwikkeld. Ik heb de belangrijkste aspecten van de theorie in een ontwerp verwerkt. Dit ontwerp is gedurende zes weken uitgevoerd. Elke week bood ik een nieuwe strategie aan de kinderen aan, waarna de andere leerkracht de tweede les daarvan gaf. Hierdoor heb ik gezien en ervaren hoe het ontwerp in de praktijk verlopen is. Ik vond het erg waardevol om het ontwerp uit te voeren, omdat daarbij alle opgedane kennis werd toegepast. Ik heb erg veel geleerd van de uitvoering en het reflecteren daarop. Uiteindelijk kon ik bij de verslaglegging van deze bachelorthesis kennis en kunde beschrijven. Doordat ik me heel erg heb verdiept in begripsvorming, heb ik eruit opgemaakt hoe belangrijk deze fase is. Tijdens dit ontwerp heb ik me gefocust op strategieën bij keersommen, maar in het vervolg wil ik de begripsvorming bij elk domein van rekenen uitvoerig behandelen, door betekenisvolle contexten te geven, een koppeling te maken met het dagelijks leven en het doel te benoemen. Het heeft al een grote bijdrage geleverd aan mijn professionele identiteit, maar het kan naar mijn inziens nog groter, door bij elk domein van rekenen bewust tegemoet te komen aan de (ontwikkeling van) begripsvorming.

Daarnaast heb ik onderzoeksvaardigheden beter ontwikkeld. Doordat ik bij deze bachelorthesis vrij was in de keuze van het vak en het onderwerp, heb ik dit gezien als eigen interesse en als bijdrage voor mijn eigen ontwikkeling. Ik zag deze bachelorthesis niet als ‘moeten’ wat ik eerdere jaren heb ervaren. Ik vond dit onderzoek leuk en interessant, waardoor ik er helemaal voor ging. Ik heb geleerd tijdens de literatuurstudie, maar ook door zelf methoden te bedenken en methodieken te maken, door te bedenken wat en hoe ik iets wilde toetsen, door een ontwerp op te stellen, door het ontwerp uit te voeren en door te reflecteren.

1.2 Collectieve ontwikkeling

Tijdens het onderzoek heb ik andere leerkrachten op de hoogte gebracht van mijn bevindingen. Daarnaast heeft dit onderzoek bijgedragen aan de manier waarop de leerkrachten van groep 4 begripsvorming aanbieden. Ze hebben het tijdens de uitvoering van het ontwerp op een heel andere manier aangeboden, wat voor hen zelf ook een verrijking was. Ze hebben ervaren dat de leerlingen door deze intensieve activiteiten meer betrokken waren bij de les en meer hebben opgestoken, wat ze op andere momenten terug kunnen pakken.

1.3 Uitvoering van de onderzoekscyclus

De uitvoering van het onderzoek is verlopen volgens de aangereikte informatie van de colleges op de Katholieke Pabo en volgens de beschreven stappen van Van der Donk en Van Lanen (2012). Voorafgaand aan een kernactiviteit heb ik eerst het hoofdstuk gelezen, waardoor ik beter wist wat er verwacht werd en op welke manieren het gedaan zou kunnen worden. Dit gaf mij houvast en zekerheid.

1.4 Transparantie

Het hele onderzoek heb ik zo geschreven dat anderen kunnen nagaan hoe het onderzoek en het ontwerp is uitgevoerd en welke leerontwikkelingen er zijn doorgemaakt. Ik heb bepaalde aspecten besproken, ik heb enkele consultaties gehad, ik heb de werkwijze verantwoord, ik heb opbrengsten beschreven en geanalyseerd en daaruit voortvloeiende conclusies getrokken.

1.5 Aansluiting bij de context van de beroepspraktijk

Hoewel veel onderzoeken vanuit een probleemstelling komen, heb ik gekozen voor een thema dat mij zelf erg aansprak en waar in latere jaren tegenaan gelopen kan worden. De begripsvorming van groep 4 was geen struikelblok, maar er kon naar mijn idee nog wel beter aan tegemoet gekomen worden, waardoor het meer en beter ontwikkeld zou worden. Tijdens het gehele onderzoek heb ik de praktijk telkens in mijn achterhoofd gehouden. Al bij het theoretisch kader heb ik me gefocust op hetgeen wat voor deze leerkrachten en deze klas relevant zou zijn. Tijdens het vooronderzoek heb ik methoden ingezet en methodieken gemaakt die naar mijn idee het best mogelijk aansloten. Bij het maken van het ontwerp heb ik telkens gedacht aan het vooronderzoek, de literatuurstudie, de klas en de leerlingen. Achteraf gezien kan ik zeggen dat dit onderzoek goed aansloot op de onderwijspraktijk. Dit heb ik gemerkt door de uitvoering van het ontwerp, door het enthousiasme en de betrokkenheid van de leerlingen en door de positieve eindmeting van de leerkrachten.

1.6 Oplossing van het praktijkprobleem

Het probleem dat begripsvorming in hogere groepen niet goed genoeg ontwikkeld is waardoor procedures niet correct worden uitgevoerd, sommen niet geheel begrepen worden en de rekenontwikkeling niet optimaal ontwikkeld, wordt door leerkrachten ervaren. Hoewel dat in groep 4 niet aan de orde was, heb ik wel gekozen om me te focussen op de begripsvorming, omdat ik hiermee wil voorkomen dat de kinderen op latere leeftijd consequenties ondervinden bij een niet goed ontwikkelde begripsvorming. Ik kan nu niet met zekerheid zeggen dat de begripsontwikkeling nu zo goed ontwikkeld is dat niemand meer problemen zal ondervinden bij het toepassen van strategieën bij keersommen. Ook kan ik niet beweren dat dit ontwerp de oplossing was. Ik kan echter wel zeggen dat de kinderen deze periode een goede begripsvorming hebben ontwikkeld en begrepen wat er gevraagd werd en hoe het werkte. Ze konden de strategieën toepassen in de schoolse situatie en voorbeelden bedenken bij/ van het dagelijks leven. Hiermee is het doel van dit onderzoek bereikt.

1.7 Communicatie met anderen

Tijdens het onderzoek heb ik gecommuniceerd met veel verschillende mensen. Ik heb met vakdocenten inhoudelijke gesprekken gehad, met mijn thesisbegeleider kritische en ondersteunende gesprekken gehad, met de leerkrachten van groep 4 heb ik besproken welke kennis ik heb opgedaan en hoe het ontwerp toegepast zou moeten worden, met mijn duo begeleidende gesprekken en medestudenten heb ik soms als critical friend gebruikt. Doordat er meerder mensen bij mijn onderzoek betrokken waren, hebben zij niet alleen het product, maar ook het proces gezien en vanaf de zijkant meebeleefd. De opbrengsten van het onderzoek werd door de leerkrachten van groep 4 opgemerkt en zij geven ook aan het onderzoek in gedachten te houden voor volgende jaren. Ik hoop werkelijk dat dit gedaan wordt.

Bijlagen B – Verklaring uitvoering praktijk

Bijlagen C – Meetinstrumenten

1.1 Methode vooronderzoek

Methoden, onderzoeksinstrumenten en respondenten	Bestuderen		Observeren	Bevragen	Bezoeken
	A Literatuurstu die	B Methode	C	D	E
Hoofd- en deelvragen					
Hoofdvraag					
Hoe kan een leerkracht tegemoet komen aan begripsvorming tijdens een rekenles met betrekking tot vermenigvuldigen?	X (*A1)	X	X	X	X
Generieke kennis					
1 Wat is het belang van begripsvorming in het reken-wiskunde onderwijs?	X(*A2)	X		X	
2 Op welke wijze kan een leerkracht de begripsvormende fase van de kinderen begeleiden?	X(*A3)	X		X	
3 Welke knelpunten kunnen leerlingen ervaren met betrekking tot begripsvorming?	X(*A4)				
4 Hoe kan het domein vermenigvuldigen aangeboden worden?	X(*A5)	X	X	X	
Context kennis					
1 Welke factoren die bijdragen aan begripsvorming van vermenigvuldigen komen terug in de methode Alles Telt?	X(*A6)	X			
2 In hoeverre komt de leerkracht tegemoet aan begripsvorming gedurende de rekenles?	X(*A7)		X (*B1)	X	X
3 Wat is de huidige stand van de leerlingen met betrekking tot begripsvorming bij keersommen?			X	X (*B2) (*B3)	X

* A verwijst naar de volgende boeken. Het cijfer geeft aan welke boeken voor die vraag worden gebruikt.

	‘Rekenen-wiskunde in de praktijk’	‘Rekenen-wiskunde in de bovenbouw’	‘Rekenen-wiskunde in de onderbouw’	‘Protocol ernstige rekenwiskunde problemen en dyscalculie’	‘Rekenen is leuker dan als je denkt’	‘Effectief omgaan met zwakke rekenaars’	‘Alles Telt’
A1							
A2							
A3							
A4							
A5							
A6							
A7							

* B1 verwijst naar de vragenlijst in de bijlage welke gaat over de huidige stand van de leerkracht met betrekking tot begripsvorming tijdens de rekenles.

* B2 verwijst naar de vragenlijst in de bijlage welke gaat over de kennis en vaardigheden van de leerlingen met betrekking tot begripsvorming bij vermenigvuldigen.

Gesloten vragenblad:	Open vragenblad:
- Vraag 1: verdubbelstrategie - Vraag 2: splitsaanpak - Vraag 3: commutatieve eigenschap - Vraag 4: 1 x minder - Vraag 5: verdubbelstrategie - Vraag 6: splitsaanpak - Vraag 7: splitsaanpak - Vraag 8: 10 x - Vraag 9: verdubbelstrategie	- Vraag 1 en 2 gaat over getalrelaties. Bij de eerste vraag kunnen veel verschillende antwoorden gegeven worden. Bij de tweede vraag is het aantal antwoorden beperkt. - Vraag 3 gaat over de overgang van reconstructie naar reproductie, waarbij structurerend en formeel rekenen wordt uitgelokt. - Vraag 4 gaat over de kennis die de kinderen tot nu toe hebben en de strategieën die ze kennen. De getallen 12 x 8 zijn gekozen, omdat hierbij veel strategieën ingezet kunnen worden.

* B3 verwijst naar de vragenlijst in de bijlage welke gaat over de houding van de leerlingen ten opzichte van begripsvorming bij vermenigvuldigen.

Methoden, onderzoeksinstrumenten en respondenten

- A. Literatuurstudie. Vanuit verschillende bronnen (boeken, tijdschriften, internet) en meerdere perspectieven antwoord geven op de vraag, welke beschrijvend, definiërend, verklarend, vergelijkend of evaluerend kan zijn.
- B. Methode bestuderen. Vanuit de methode antwoord geven op de vraag, welke beschrijvend, definiërend, verklarend, vergelijkend of evaluerend kan zijn.
- C. Observeren. Observatieschema of toets
 - o Eenmalig/ vaker
 - o Participerend/niet-participerend
 - o Direct/indirect
 - o Meer/minder gestructureerd
 - o Observatieschema's waarmee je observeert of iets voorkomt, hoe vaak iets voorkomt, hoe lang iets duurt of in welke mate iets voorkomt
- D. Bevragen. Interviewleidraad, vragenlijst.
 - o Rekening houdend met de volgende factoren: plaats, welke en aantal personen, tijdstip en context
 - o Vraagstelling (open/gesloten/meerkeuze/stellingen, inleidende vragen, vervolgvragen, verdiepende vragen, specificerende vragen, directe vragen, indirecte vragen, structurerende vragen, interpreterende vragen, pauzemomenten)
 - o Non-verbale communicatie
 - o Individuele interview, groepsinterview, vragenlijsten of toetsen
- E. Bezoeken.
 - o Observeren middels observatielijst.

1.1.1 Nauwelijks gestructureerd interview

Verantwoording: Bij een nauwelijks gestructureerde interview wordt datgene wat je vraagt zo rijk mogelijk beschreven (Van der Donk & Van Lanen, 2012). Hierbij wordt wel gekeken naar het doel, maar waar het antwoord aan moet voldoen is niet precies beschreven. Deze vorm wordt vaak gebruikt voor verkennende activiteiten, waardoor het goed bij het vooronderzoek aansluit. De data die hiermee verzameld worden, zullen beschrijvingen zijn.

Soort interview	Nauwelijks gestructureerd
Geïnterviewd	
Datum	
Tijdstip	
Onderwerp	Rekenen: instructie rondom begripsvorming bij keersommen
Doel	Middels dit nauwelijks gestructureerde interview inzicht verkrijgen in de kennis, het inzicht, de houding en de ervaringen van de leerkracht m.b.t. begripsvorming tijdens de rekenles.

Interview
Wat versta jij onder begripsvorming bij rekenen?
Wat is volgens jou het belang van begripsvorming bij rekenen? En bij keersommen?
In hoeverre komt de methode ‘Alles Telt volgens jou tegemoet aan begripsvorming?
Op welke wijze begeleid en ondersteun jij de ontwikkeling van begripsvorming?
Hoe verwerk je begripsvorming in je les? Tijdens welke fase(n) van het DI-model?
Heb je de strategieën van de keersommen benoemd? Kennen de kinderen de strategieën?
Hoe bied je meestal sommen aan? (context, visueel, schema, model, formeel)
In hoeverre kom je tegemoet aan het visueel maken van sommen?
In hoeverre werk je met concreet materiaal? Wanneer wel/ niet? Waarom wel/ niet?
Maak je tijdens een som vaak een koppeling met de werkelijkheid? Kan je een concreet voorbeeld noemen?
Stimuleer je kinderen om een koppeling te maken tussen de som en de werkelijkheid?
Hoe heb je de kinderen keersommen aangeboden?
In hoeverre is begripsvorming rondom keersommen bij de kinderen ontwikkeld?
Hoe kom je tegemoet aan de verschillende niveaus? Sterkere leerlingen? Gemiddelde leerlingen? Zwakkere leerlingen?

Op welke manier kom je tegemoet aan interactie rondom begripsvorming tijdens de instructie?
Wat zijn je sterke kanten m.b.t. begripsvorming ontwikkelen bij de kinderen?
Wat zijn je ontwikkelpunten m.b.t. begripsvorming ontwikkelen bij de kinderen?
Hoe zouden de lessen m.b.t. begripsvorming volgens jou verbeterd kunnen worden?
Wil je nog iets zeggen over begripsvorming wat niet in het interview aan bod is gekomen?

1.1.2 Gestructureerde vragenlijst

Verantwoording: Bij een gestructureerde vragenlijst ligt er al veel vast. De aspecten worden zo concreet mogelijk beschreven, zodat ze zo nauwkeurig mogelijk kunnen worden beantwoord. Er wordt gebruik gemaakt van de beoordelingsschaal --, -, 0, + en ++. Van der Donk en Van Lanen (2012) schrijven dat hiermee aangegeven kan worden in welke mate gedrag of een bepaald aspect waarneembaar is.

Soort interview	Zeer gestructureerd
Geïnterviewd	
Datum	
Tijdstip	
Onderwerp	Rekenen: instructie rondom begripsvorming bij keersommen
Doel	Middels deze gestructureerde vragenlijst inzicht verkrijgen in hoeverre de leerkracht zelf vindt hoe zij tegemoet komt aan begripsvorming tijdens de rekenles.

	--	-	0	+	++
Instructie					
De leerkracht benoemt het doel voor de leerlingen					
De leerkracht herhaalt wat ze met betrekking tot dit doel hebben gehad					
De leerkracht benoemt wat er nieuw is voor de kinderen					
De leerkracht heeft m.b.t. het doel een som op het bord geschreven welke beantwoord gaat worden					
De leerkracht begint gelijk met een som					
De leerkracht komt tijdens de instructie tegemoet aan de relatie: een instructie die veilig is voor kinderen					
De leerkracht komt tijdens de instructie tegemoet aan competentie: activerend leren centraal stellen bij opdrachten					
De leerkracht komt tijdens de instructie tegemoet aan autonomie: kinderen (mede) de taak en/of de vormgeving daarvan laten kiezen					
De leerkracht maakt gebruik van de fasen van het DI-model					
Begripsvorming					
De leerkracht maakt de som visueel op het bord					
De leerkracht werkt met concreet materiaal om de som te verhelderen					
De leerkracht werkt met de formele som					
De leerkracht oefent met en gebruik maken van kale sommen					
De leerkracht oefent met en gebruik maken van contextgebonden sommen					
De leerkracht maakt een koppeling tussen de som uit het boek en het dagelijks leven					
De leerkracht vraagt naar een koppeling tussen de som uit het boek en het dagelijks leven					
De leerkracht stimuleert om met voorbeelden of sommen uit het dagelijks leven te komen					
De leerkracht laat de kinderen zelfstandig werken					

De leerkracht zet coöperatieve werkvormen in					
Interactie					
De leerkracht geeft alle leerlingen ruimte en tijd om de som uit te rekenen					
De leerkracht laat leerlingen naar voren komen om de som uit te leggen					
De leerkracht laat leerlingen de som zelf visueel maken					
De leerkracht laat leerlingen werken met concreet materiaal					
De leerkracht laat de leerlingen op hun eigen creatieve manier sommen oplossen.					
De leerkracht laat hetzelfde kind meerdere oplossingswijzen verwoorden					
De leerkracht laat verschillende kinderen meerdere oplossingswijzen verwoorden					
De leerkracht beantwoordt zelf de vraag die gesteld wordt					
De leerkracht speelt de vraag die gesteld wordt door aan iemand anders					
De leerkracht laat het kind met de vraag het antwoord na die tijd nog een keer herhalen					
Verlengde instructie					
De leerkracht beantwoordt zelf de vraag die gesteld wordt					
De leerkracht speelt de vraag die gesteld wordt door aan iemand anders					
De leerkracht laat het kind met de vraag het antwoord na die tijd nog een keer herhalen					
De leerkracht laat de gehele instructiegroep aan de instructietafel gedurende de hele les zitten					
De leerkracht benoemt zelf wie er weer op zijn eigen plek mag gaan zitten					
De leerkracht vraagt aan de kinderen wie er zelf kan werken					

1.1.3 Enquête leerlingen

Verantwoording: In deze enquête worden vragen gesteld, waardoor er een beeld wordt verkregen van de kennis, vaardigheden en de attitude van de leerlingen. Bij de vragen wordt beschreven waarom voor die vraag of dat getal gekozen is. In de vraagstelling wordt vaak een strategie beschreven of gevraagd, waarbij gekeken kan worden of dat door de leerlingen ingezien wordt.



Jasper rekent 3×4 uit door 3×2 te doen en dat te verdubbelen. Rekent Jasper het goed uit?

- ☐ Ja
- ☐ Nee
- Omdat

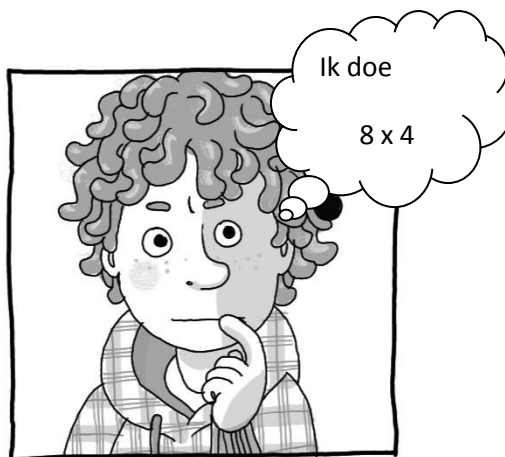
Bij deze vraag komt de verdubbelstrategie aan de orde.



Kim rekent 7×6 uit door 5×6 te doen en daarna 12 er bij op te tellen. Rekent Kim het goed uit?

- ☐ Ja
- ☐ Nee
- Omdat

Bij deze vraag komt de distributieve strategie en de rijgaanpak aan de orde.



Tom rekent 4×8 uit door het om te draaien. Rekent Tom het goed uit?

- ☐ Ja
- ☐ Nee
- Omdat

Bij deze vraag komt de commutatieve strategie aan de orde.



Tom rekt 12×7 uit door eerst 10×7 te doen en dan nog 2×7 er bij op te tellen. Rekt Tom het goed uit?

- ☐ Ja
- ☐ Nee
- Omdat

.....
Bij deze vraag komt de distributieve eigenschap en de splitsaanpak aan de orde.



Jasper rekt 10×9 uit door eerst 1×9 te doen en er daarna een 0 achter te zetten. Rekt Jasper het goed uit?

- ☐ Ja
- ☐ Nee

Omdat

.....
Bij deze vraag komt de distributieve eigenschap aan de orde.

Kim rekt 2×9 uit en verdubbelt het dan.

Welke som hoort erbij?

- ☐ 4×9
- ☐ 5×9

Omdat

.....
Bij deze vraag komt de verdubbelstrategie aan de orde.



Naam:

Groep:



Tom komt uit op 24. Schrijf alle keersommen op die 24 als antwoord hebben.

.....
.....
Het antwoord 24 is gekozen, doordat dat een antwoord is welke in veel tafels voorkomt. Hierbij kunnen veel verschillende antwoorden worden gegeven, waarbij ook kan worden gekeken naar de strategieën die de leerlingen beschrijven.

Jasper komt uit op 16. Schrijf alle keersommen op die 16 als antwoord hebben.

.....
.....
Het antwoord 16 is gekozen, doordat dit een antwoord van een keersom is die in minder tafels voorkomt. Er kunnen verschillende antwoorden worden gegeven, waarbij ook kan worden gekeken naar de strategieën die de leerlingen beschrijven.



Kim heeft gegeten van de chocoladereep. Uit hoeveel blokjes bestond de hele reep? Hoe weet je dat?

.....
.....
Bij deze som wordt gekeken naar het inzicht dat de kinderen hebben. Dit wordt bekeken aan de hand van de oplossingsmanieren die de kinderen beschrijven.



Schrijf zo veel mogelijk manieren op hoe Tom, Jasper, Kim, Anne en Daan 7×8 uit kunnen rekenen.



.....
.....
Bij deze vraag wordt gekeken op hoeveel manieren de kinderen de keersom 7×8 uitrekenen. Hierbij wordt gekeken naar de strategieën en aanpakken die beschreven worden.



Zet een kruisje bij het goede antwoord - hokje.

Verantwoording: Bij een gestructureerde vragenlijst staan de punten vast. De vragen worden zo duidelijk mogelijk beschreven. De vragen zijn meerkeuzevragen.

Bij de eerste zeven vragen kan er gekozen worden uit ‘helemaal niet mee eens’, ‘een beetje mee eens’, ‘mee eens’ en ‘helemaal mee eens’. Hierdoor wordt inzichtelijk gemaakt in hoeverre de leerlingen het eens zijn met de vraag/ stelling die gegeven werd.

Vanaf vraag acht verschillen de vier verschillende antwoorden. Hierbij moeten de leerlingen een antwoord kiezen dat het beste op hun aansluit.

Door dit instrument wordt er inzicht verkregen in de houding van de leerlingen ten opzichte van rekenen en van keersommen. Hierdoor wordt er een beginsituatie geschetst, waaruit een ontwerp tot stand komt.

		Helemaal niet mee eens	Een beetje mee eens	Mee eens	Helemaal mee eens
1	Ik vind het leuk om keersommen uit te rekenen				
2	Ik vind het belangrijk om keersommen te leren				
3	Ik vind het belangrijk om keersommen goed uit te kunnen rekenen				
4	Ik begrijp alle keersommen				
5	Ik wil steeds moeilijkere en grotere keersommen leren				
6	Keersommen zijn belangrijk voor als ik groot ben				
7	Het doel van de les is mij altijd duidelijk				

Vul een rondje in bij het goede antwoord.

8. Als het een moeilijke keersom is, dan:

0 sla ik hem over

0 vul ik zomaar wat in

0 pak ik mijn kladschrift

0 ga ik door tot ik het antwoord weet

9. Als we keersommen gaan maken, dan:

0 baal ik

0 maak ik liever andere sommen

0 vind ik dat wel leuk

0 dan ben ik nieuwsgierig

10. Als er iets nieuws komt:

0 wil ik het liefst, ook na de instructie, aan de instructietafel met juf zitten

0 wil ik tijdens de instructie aan de instructietafel zitten

0 wil ik instructie tot ik het snap en daarna zelf aan het werk gaan

0 wil ik geen instructie, maar wil ik het zelf uitzoeken

11. Rekenen vind ik:

0 heel erg leuk

0 soms leuk, soms niet leuk

0 alleen leuk als ik het snap

0 helemaal niet leuk

12. Welke som heb je het liefst:

0 9×5

0 Er zitten 9 kinderen in groep 6. Ze krijgen allemaal 5 potloden.

13. Met rekenen:

0 werken we vaak alleen uit het boek

0 heeft juf materialen mee om ons dingen uit te leggen

1.2 Resultaten vooronderzoek

1.2.1 Nauwelijks gestructureerd interview

Interview

Soort interview	Nauwelijks gestructureerd
Geïnterviewd	Ilona Sluyter
Datum	18-02-2015
Onderwerp	Rekenen: instructie rondom begripsvorming bij keersommen
Doel	Middels dit nauwelijks gestructureerde interview inzicht verkrijgen in de kennis, het inzicht, de houding en de ervaringen van de leerkracht m.b.t. begripsvorming tijdens de rekenles.

Interview

Wat versta jij onder begripsvorming bij rekenen?

Het inzicht waardoor kinderen bepaalde rekenvaardigheden kunnen uitleggen en toepassen in (dagelijkse) situaties. De kinderen lossen (reken)problemen op met de aangeleerde strategieën.

Wat is volgens jou het belang van begripsvorming bij rekenen? En bij keersommen?

Dat de kinderen betekenis kunnen verlenen aan de verschillende rekenvaardigheden. Wat is het belang hierin voor de kinderen?

Keersommen ogen heel abstract. Het is belangrijk dat de kinderen niet alleen een 'trucje' leren m.b.t. het oplossen van keersommen. Het fundament van vermenigvuldigen vindt ook raakvlakken met andere rekenvaardigheden.

In hoeverre komt de methode 'Alles Telt' volgens jou tegemoet aan begripsvorming?

Alles Telt legt een stevige basis in het vermenigvuldigen. In groep 3 wordt hier al mee gestart, met het maken van groepjes en het 'handig tellen'. In groep 4 wordt dit verder aangezet en worden er betekenisvolle situaties bijgehaald (kinderkamers, speelgoed, etenswaar, haven, etc)

Op welke wijze begeleid en ondersteun jij de ontwikkeling van begripsvorming?

Door sensitief en responsief te reageren tijdens de les; begrijpt iedereen het? Kan ik voorbeelden nog concreter maken door me aan te sluiten bij de actuele beleavingswereld van de kinderen?

Naast de methode Alles Telt maak ik gebruik van 'Met sprongen vooruit', een waardevolle aanvulling. De activiteiten en spelletjes sluiten goed aan bij de interesse van kinderen en de manier van leren.

Hoe verwerk je begripsvorming in je les? Tijdens welke fase(n) van het DI-model?

Dit is wisselend, de ene les leent zich hier beter voor dan de andere. Maar in principe kan het vrijwel tijdens alle fasen van het DI-model aan bod komen.

Heb je de strategieën van de keersommen benoemd? Kennen de kinderen de strategieën?

Nee. Dit heb ik nog niet behandeld.

Hoe bied je meestal sommen aan? (context, visueel, schema, model, formeel)

Ligt eraan hoever je in het aanbod bent van een vaardigheid. In het begin van het aanleren van een vaardigheid zul je voornamelijk vanuit betekenisvolle contextsituaties werken, veel visueel en met materiaal werken. Later in het aanbod bied je de sommen meer formeel aan.

In hoeverre kom je tegemoet aan het visueel maken van sommen?

Mijn inziens ruim, ik maak altijd gebruik van het digibord. Sommen worden met zichtbare uitgewerkte strategie op het bord voorgedaan en verwoord (door kinderen).

In hoeverre werk je met concreet materiaal? Wanneer wel/ niet? Waarom wel/ niet?

Zeker in het begin van het aanbod van de vaardigheid werken de meeste kinderen zich door de/een materiële fase heen. Na verloop van tijd sluiten de meeste kinderen dit af om zo tot het formele rekenen te komen. Een aantal kinderen zal langer in de materiële fase blijven werken om zo ondersteund te worden in hun ontwikkeling.
Maak je tijdens een som vaak een koppeling met de werkelijkheid? Kan je een concreet voorbeeld noemen?
Ja, zeer regelmatig. Bijvoorbeeld speelgoed kopen in een winkel met geld. Of met lekkere snoepjes en dan verdelen (vermenigvuldigen)
Stimuleer je kinderen om een koppeling te maken tussen de som en de werkelijkheid?
Ja, in principe wel. Ik vraag regelmatig naar de 'echte' ervaringen en of kinderen een voorbeeld kunnen noemen.
Hoe heb je de kinderen keersommen aangeboden?
Met behulp van de rekenmethode Alles Telt en 'met sprongen vooruit' (zie eerder gegeven antwoord)
In hoeverre is begripsvorming rondom keersommen bij de kinderen ontwikkeld?
Het rekenniveau van deze groep is goed (niveauwaarde 4,5) Er is een groep plusgroep en een betrekkelijk kleine zorggroep. De meeste kinderen kunnen de strategie van het vermenigvuldigen toepassen. Sommige kinderen lossen de formele vermenigvuldigen al uit (eigen initiatief).
Hoe kom je tegemoet aan de verschillende niveaus? Sterkere leerlingen? Gemiddelde leerlingen? Zwakkere leerlingen?
De sterke kinderen volgen de pluslijn, worden vooruit getoetst en krijgen uitdagend rekenwerk (rekentijgers). De basisgroep volgt de 'normale' methode en instructie. De zorggroep volgt het minimumprogramma, krijgt extra instructie en oefent extra
Op welke manier kom je tegemoet aan interactie rondom begripsvorming tijdens de instructie?
De kinderen leren met en van elkaar. Ik ben de begeleider en zorg voor de nodige structuur in de groep. De kinderen stellen vragen en proberen elkaars vragen te beantwoorden. De kinderen spreken vaak elkaars 'taal'.
Wat zijn je sterke kanten m.b.t. begripsvorming ontwikkelen bij de kinderen?
Inzicht in de rekenvaardigheden, waardoor ik snel zie welke stap (terug) er soms gemaakt moet worden in het rekenaanbod. Het creëren van een rekenaanbod dat uitlokt tot leren.
Wat zijn je ontwikkelpunten m.b.t. begripsvorming ontwikkelen bij de kinderen?
Wellicht kan ik de begripsvorming nog breder trekken en raakvlakken laten tonen met andere rekenvaardigheden.
Hoe zouden de lessen m.b.t. begripsvorming volgens jou verbeterd kunnen worden?
De materialen van 'Met sprongen vooruit' zijn een hele mooie aanvulling op de rekenmethoden! Zeker ook ter aanvulling van de begripsvorming van rekenen.
Wil je nog iets zeggen over begripsvorming wat niet in het interview aan bod is gekomen?
-

1.2.2 Gestructureerde vragenlijst

Soort interview	Zeer gestructureerd
Geïnterviewd	Ilona Sluyter
Datum	18-02-2015
Onderwerp	Rekenen: instructie rondom begripsvorming bij keersommen
Doel	Middels deze gestructureerde vragenlijst inzicht verkrijgen in hoeverre de leerkracht zelf vindt hoe zij tegemoet komt aan begripsvorming tijdens de instructie.

	--	-	0	+	++
Instructie					
De leerkracht benoemt het doel voor de leerlingen					X
De leerkracht herhaalt wat ze met betrekking tot dit doel hebben gehad					X
De leerkracht benoemt wat er nieuw is voor de kinderen					X
De leerkracht heeft m.b.t. het doel een som op het bord geschreven welke beantwoord gaat worden					X
De leerkracht begint gelijk met een som			X		
De leerkracht komt tijdens de instructie tegemoet aan de relatie: een instructie die veilig is voor kinderen					X
De leerkracht komt tijdens de instructie tegemoet aan competentie: activerend leren centraal stellen bij opdrachten				X	
De leerkracht komt tijdens de instructie tegemoet aan autonomie: kinderen (mede) de taak en/of de vormgeving daarvan laten kiezen			X		
De leerkracht maakt gebruik van de fasen van het DI-model				X	
Begripsvorming					
De leerkracht maakt de som visueel op het bord					X
De leerkracht werkt met concreet materiaal om de som te verhelderen					X
De leerkracht werkt met de formele som				X	
De leerkracht oefent met en gebruik maken van kale sommen			X		
De leerkracht oefent met en gebruik maken van contextgebonden sommen				X	
De leerkracht maakt een koppeling tussen de som uit het boek en het dagelijks leven				X	
De leerkracht vraagt naar een koppeling tussen de som uit het boek en het dagelijks leven				X	
De leerkracht stimuleert om met voorbeelden of sommen uit het dagelijks leven te komen				X	
De leerkracht laat de kinderen zelfstandig werken					X
De leerkracht zet coöperatieve werkvormen in				X	
Interactie					
De leerkracht geeft alle leerlingen ruimte en tijd om de som uit te rekenen				X	
De leerkracht laat leerlingen naar voren komen om de				X	

som uit te leggen					
De leerkracht laat leerlingen de som zelf visueel maken					X
De leerkracht laat leerlingen werken met concreet materiaal					X
De leerkracht laat de leerlingen op hun eigen creatieve manier sommen oplossen.			X		
De leerkracht laat hetzelfde kind meerdere oplossingswijzen verwoorden			X		
De leerkracht laat verschillende kinderen meerdere oplossingswijzen verwoorden				X	
De leerkracht beantwoordt zelf de vraag die gesteld wordt		X			
De leerkracht speelt de vraag die gesteld wordt door aan iemand anders				X	
De leerkracht laat het kind met de vraag het antwoord na die tijd nog een keer herhalen		X			
Verlengde instructie					
De leerkracht beantwoordt zelf de vraag die gesteld wordt			X		
De leerkracht speelt de vraag die gesteld wordt door aan iemand anders				X	
De leerkracht laat het kind met de vraag het antwoord na die tijd nog een keer herhalen			X		
De leerkracht laat de gehele instructiegroep aan de instructietafel gedurende de hele les zitten	X				
De leerkracht benoemt zelf wie er weer op zijn eigen plek mag gaan zitten		X			
De leerkracht vraagt aan de kinderen wie er zelf kan werken					X

1.2.3 Enquête leerlingen

Groep 4 – 21 leerlingen, 19 afnamen (twee kinderen afwezig)

3 x 2 en dan
verdubbelen



1 Jasper rekt 3×4 uit door 3×2 te doen en dat te verdubbelen.
Rekent Jasper het goed uit?

- ☐ Ja
- ☐ Nee

5 x 6 en dan
12 erbij



2 Kim rekt 7×6 uit door 5×6 te doen en daarna 12 er bij op te tellen. Rekent Kim het goed uit?

- ☐ Ja
- ☐ Nee

3 Tom rekt 4×8 uit door het om te draaien.
Rekent Tom het goed uit?

- ☐ Ja
- ☐ Nee

Ik doe
 8×4



10 x 7 en 2 x 7
en dat optellen



4 Tom rekt 12×7 uit door eerst 10×7 te doen en dan nog 2×7 er bij op te tellen. Rekent Tom het goed uit?

- ☐ Ja
- ☐ Nee

5 Jasper rekt 10×9 uit door eerst 1×9 te doen en er daarna een 0 achter te zetten. Rekent Jasper het goed uit?

- ☐ Ja
- ☐ Nee

Ik doe eerst 1×9
en zet er
daarna een 0
achter

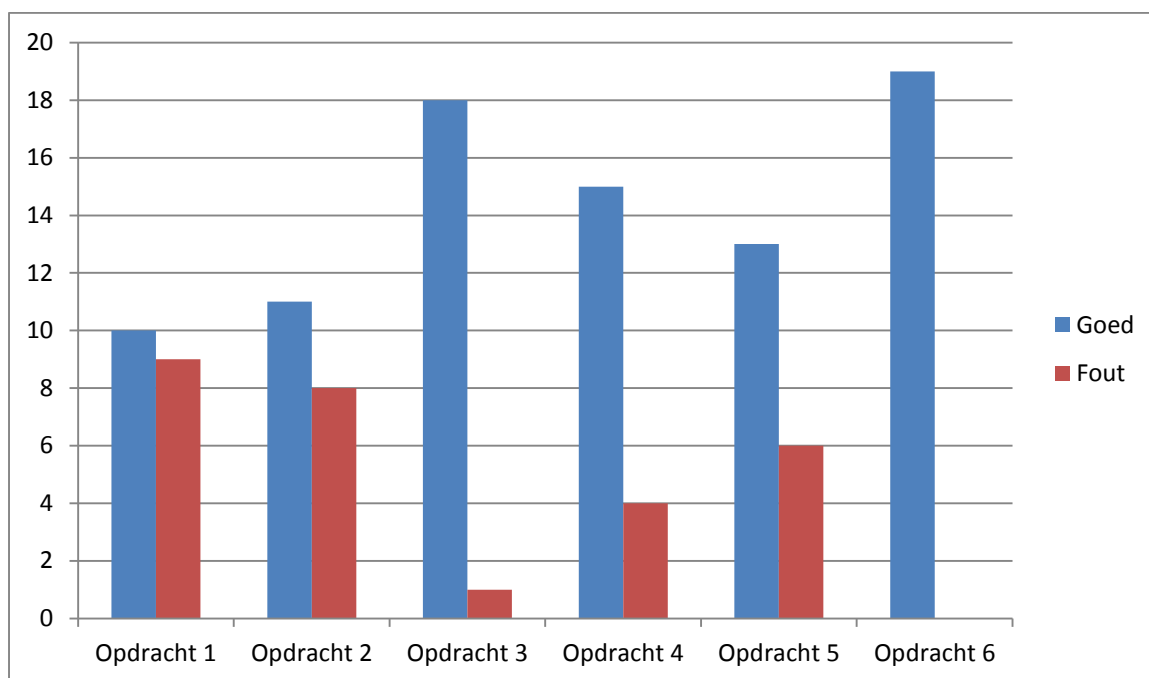


Kim doet 2×9
en verdubbelt
dat



6 Kim rekt 2×9 uit en verdubbelt het dan. Welke som hoort erbij?

- ☐ 4×9
- ☐ 5×9



Gesloten antwoorden (1-6)

Wat opvalt uit de antwoorden is dat vraag 1 en vraag 9 allebei over de strategie verdubbelen gaat, en de kinderen foutloos opdracht 6 hebben gemaakt, terwijl bijna de helft van de kinderen een fout had bij vraag 1. Bij vraag 1 moesten de kinderen kijken of Jasper goed rekende. Hij moest 3×4 uit rekenen en deed dat door 3×2 te doen en dat te verdubbelen. Bij vraag 6 rekende kim 2×9 uit en verdubbelde het daarna. De kinderen moesten aangeven welke som erbij hoorde,

Vraag 2 en 4 gaan allebei over de strategie rijgen, alleen zijn deze opgaven ook weer verschillend gesteld. Bij vraag 2 werd 7×6 uitgerekend door 5×6 te doen en daar 12 bij op te tellen. Bij vraag 4 werd 12×7 uitgerekend door 10×7 plus 2×7 te doen. Vraag 2 werd aanzienlijk minder goed gemaakt, wat zou kunnen liggen aan het feit dat er in de som niet $5 \times 6 + 2 \times 6$ werd gedaan, maar $5 \times 6 + 12$, waarbij er al één stap meer genomen was.

Bij vraag 5 rekende Jasper 10×9 uit door 1×9 te doen en daar een nul achter te zetten. Bijna eenderde had deze vraag fout beantwoord.

Open antwoorden (1-4)

	Goed	Fout
1	Gijs: Omdat $3 \times 2 = 6$ en $3 \times 4 = 12$ Stijn: Dat kan je gewoon dubbel doen Luna: Hij het dubbelen is Veerle: je misschien niet weet wat 3×4 is en 3×2 wel weet en dan 2 erbij te doen Rick: dat $6 + 6 = 12$ en hij doet $3 \times 2 = 6$ Raisa: omdat hij heeft gelezen dus is het goed Mart: $3 \times 2 = 6$ en dan dubbel $3 \times 4 = 12$ Jorne: omdat Jasper $3 \times 2 = 6$ en dan is 3×4 het dubbele	Vera: De som is niet hetzelfde als je het dubbele doet Lisa: Om als je 3×2 2×3 doet weer verdubbelen dan is het moeilijk Tim: Hij gebruikt een slechte manier Jasper: hij verdubbelt Jolijn: omdat hij een getal te laag is
2	Gijs: Omdat de tafel van 6 is en $2 \times 6 = 12$ en 5×6 en 7×6 2 meer is dan 5. Lisa: omdat ze goed rekt Jesper: als je er 12 bij doet is het goed	Rick: Ze doet het fout Jorne: omdat 5×6 is 30 en als je daar 12 bij doet klopt het niet
3	Luna: De keersom blijft hetzelfde Lisa: 8×4 om draait dus 4×8	

	Rick: hij doet het goed Raisa: je de x sommen om kunt draaien Jolijn: omdat hij het omdraait en dan is het hetzelfde antwoord Noa: want dat is makkelijk	
4	Veerle: het handig is dat je eerst 10×7 en 2×7 erbij doet Jorne: want $10 \times 7 = 70$ en dan $2 \times 7 = 14$ en $70 + 14$ is 84.	
5	Jorne: want $1 \times 9 = 9$ en als je daar een 0 achter zet kom je uit op 90	Veerle: Je misschien dan de 1 in de 0 veranderd Jesse: de nul moet er niet achter
6	Luna: $2 + 2 = 4$ en niet 5 Veerle: $2 + 2 \times 4$ is en niet 5 Jesse: want je doet er 2 bij en dan is het 4	

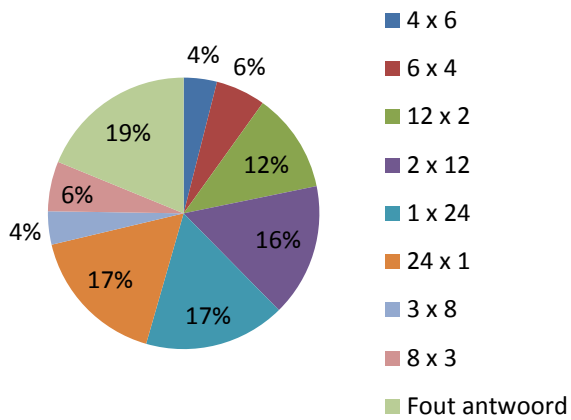
Open vragen

1. Tom komt uit op 24. Schrijf alle keersommen op die 24 als antwoord hebben.
Er zijn in totaal 90 antwoorden gegeven.
2. Jasper komt uit op 16. Schrijf alle keersommen op die 16 als antwoord hebben.
Er zijn in totaal 67 antwoorden gegeven.
3. Kim heeft gegeten van de chocoladereep. Uit hoeveel blokjes bestond de hele reep? Hoe weet je dat?
Er zijn in totaal 19 antwoorden gegeven.
4. Schrijf zo veel mogelijk manieren op hoe Tom, Jasper, Kim, Anne en Daan 7×8 uit kunnen rekenen.

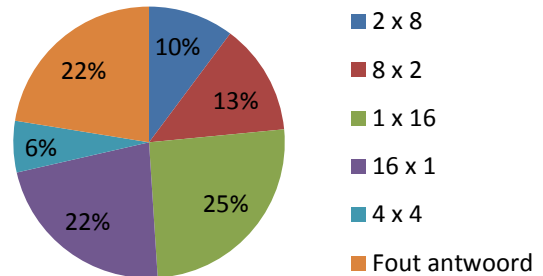
Er zijn in totaal 17 antwoorden gegeven.

Op de eerste vraag zijn de meeste antwoorden gegeven. Met het getal uit deze opgave konden ook veel keersommen. Van de gegeven antwoorden werd de commutatieve eigenschap vaak toegepast (2×12 en 12×2). Wat echter opvalt is dat 19% een fout antwoord heeft gegeven. Bij de tweede vraag konden minder keersommen gegeven worden, doordat 16 in minder tafels voorkomt dan 24. Bij deze vraag is het aantal fout gegeven antwoorden 22%. Bij de derde vraag is het aantal fout gegeven antwoorden 37%. 58% van de kinderen heeft wel het goede antwoord, maar niet de goede keersom erbij geschreven. Bijna alle kinderen hadden de chocoladereep verder getekend en zijn zo tot het goede antwoord gekomen. Slechts 5% heeft het goede antwoord met berekening erbij gegeven. Bij de vierde vraag kwamen veel kinderen niet verder dan de commutatieve eigenschap, en hebben slechts enkele kinderen een andere strategie opgeschreven.

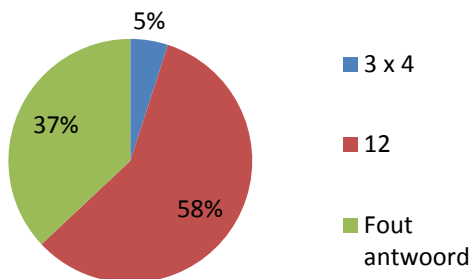
1. Tom komt uit op 24. Schrijf alle keersommen op die 24 als antwoord hebben.



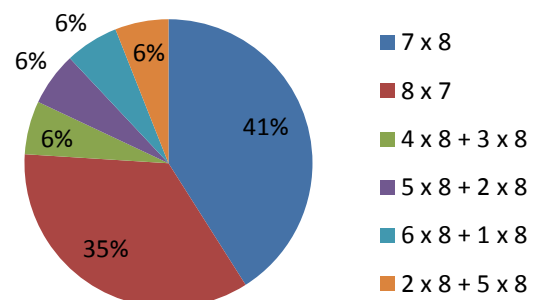
2. Jasper komt uit op 16. Schrijf alle keersommen op die 16 als antwoord hebben.



3. Kim heeft gegeten van de chocoladereep. Uit hoeveel blokjes bestond de hele reep?

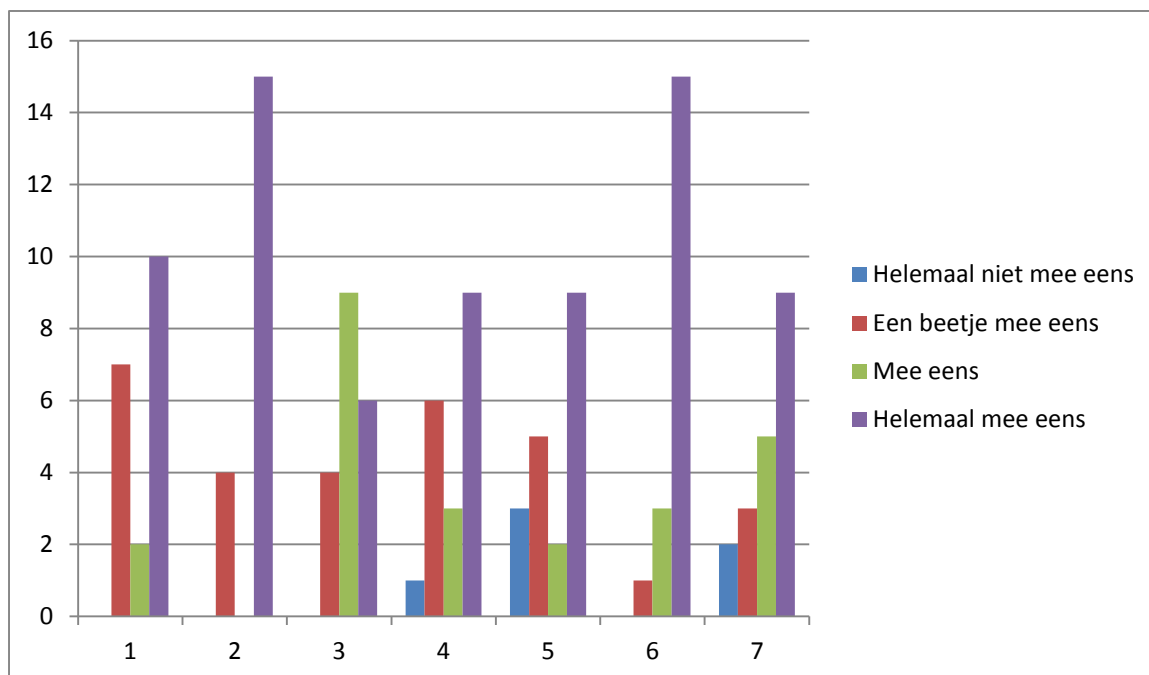


4. Schrijf zoveel mogelijk manieren op hoe Tom, Jasper, Kim, Anne en Daan 7 x 8 uit kunnen rekenen.



Vragenlijst huidige situatie attitude leerlingen

1	Ik vind het leuk om keersommen uit te rekenen
2	Ik vind het belangrijk om keersommen te leren
3	Ik vind het belangrijk om keersommen goed uit te kunnen rekenen
4	Ik begrijp alle keersommen
5	Ik wil steeds moeilijkere en grotere keersommen leren
6	Keersommen zijn belangrijk voor als ik groot ben
7	Het doel van de les is mij altijd duidelijk

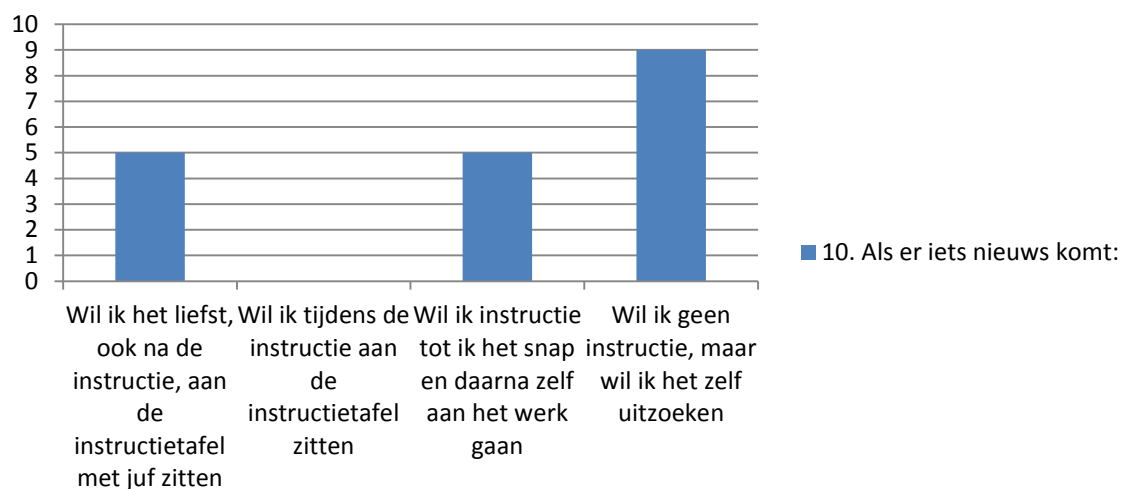


Wat over het algemeen opvalt is dat de paarse kolom bij elke vraag, op één na, het grootst is, wat betekent dat die groep het helemaal eens is met de gestelde vragen. Het komt slechts een enkele keer voor dat iemand het helemaal niet eens is met de gestelde vraag. De meeste vragen zijn beantwoord met mee eens en helemaal mee eens. Hieruit kan geconcludeerd worden dat de meeste kinderen het leuk en belangrijk vinden om keersommen te leren en goed uit te kunnen rekenen. Daarnaast willen ze steeds grotere keersommen leren en vinden ze het belangrijk voor later.

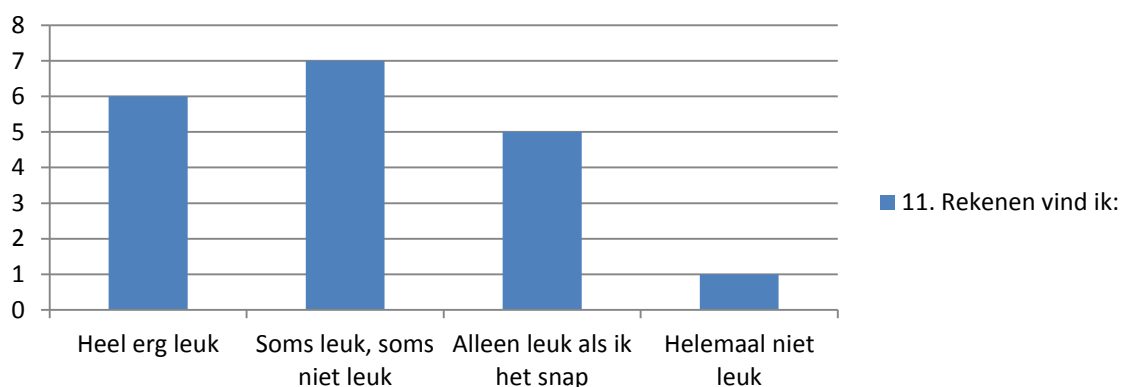
Hieronder wordt per vraag de gegeven antwoorden weergegeven.



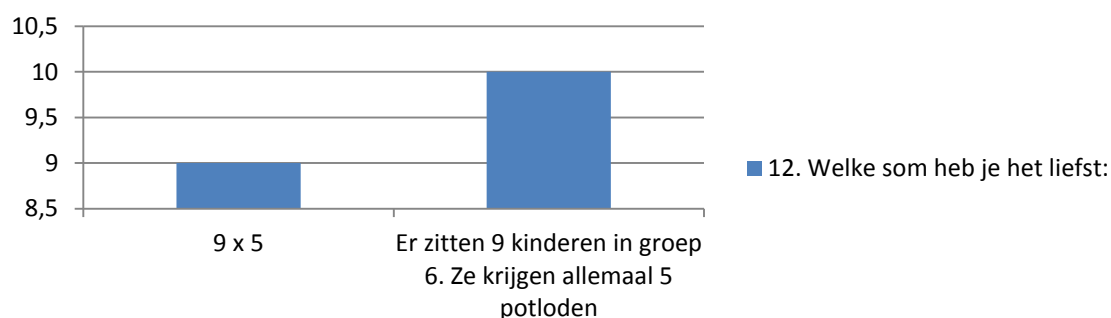
10. Als er iets nieuws komt:



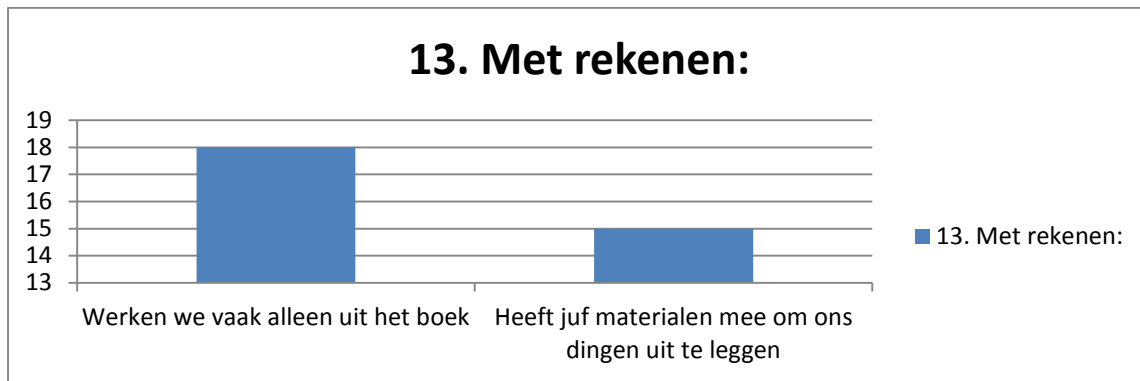
11. Rekenen vind ik:



12. Welke som heb je het liefst:



Bij vraag 13 hebben sommige kinderen beide hokjes aangekruist.



Uit de gegeven antwoorden, is af te lezen dat de veel kinderen positief staan tegenover keersommen. Ook valt op uit een aantal vragen dat er respectievelijk veel kinderen zijn die zelfstandig werken en willen werken. Zij willen instructie tot ze het begrijpen en pakken een kladschrift of blijven rekenen wanneer ze zelf tegen een som aanlopen die zij niet begrijpen. Bijna de helft van de kinderen geeft aan geen instructie te willen, maar het zelf willen uitzoeken.

Bij vraag 12 hebben 9 kinderen aangegeven het liefst de formele som 9×5 te willen en hebben 10 kinderen aangegeven liever de contextgebonden som te willen.

Bij vraag 13 hebben sommige kinderen beide hokjes aangekruist, waardoor hier meer gegeven antwoorden zijn. 45% heeft aangegeven dat juf materialen meeneemt om de keersommen uit te leggen en 55% heeft aangegeven alleen uit het boek te werken.

1.3 Methode ontwerp

1.3.1 Beschrijving ontwerp

Zie bijlage E – beschrijving van het ontwerp op bladzijde 89.

1.3.2 Zeer gestructureerde observatielijst leerkracht

Verantwoording: Bij een gestructureerde observatielijst staan de punten vast. De aspecten worden zo concreet mogelijk beschreven, zodat ze zo nauwkeurig mogelijk kunnen worden beantwoord. Er wordt gebruik gemaakt van de beoordelingsschaal --, -, 0, + en ++. Van der Donk en Van Lanen (2012) schrijven dat hiermee aangegeven kan worden in welke mate gedrag of een bepaald aspect waarneembaar is.

Soort observatie	Zeer gestructureerd
Geïnterviewd	
Datum	
Tijdstip	
Onderwerp	Rekenen: instructie rondom begripsvorming bij keersommen
Doel	Middels deze gestructureerde observatie inzicht verkrijgen in hoeverre de leerkracht tijdens de rekenles aan begripsvorming tegemoet komt.

	--	-	0	+	++
Instructie					
De leerkracht benoemt het doel voor de leerlingen					
De leerkracht herhaalt wat ze met betrekking tot dit doel hebben gehad					
De leerkracht benoemt wat er nieuw is voor de kinderen					
De leerkracht heeft m.b.t. het doel een som op het bord geschreven welke beantwoord gaat worden					
De leerkracht begint gelijk met een som					
De leerkracht komt tijdens de instructie tegemoet aan de relatie: een instructie die veilig is voor kinderen					
De leerkracht komt tijdens de instructie tegemoet aan competentie: activerend leren centraal stellen bij opdrachten					
De leerkracht komt tijdens de instructie tegemoet aan autonomie: kinderen (mede) de taak en/of de vormgeving daarvan laten kiezen					
De leerkracht maakt gebruik van de fasen van het DI-model					
Begripsvorming					
De leerkracht maakt de som visueel op het bord					
De leerkracht werkt met concreet materiaal om de som te verhelderen					
De leerkracht werkt met de formele som					
De leerkracht oefent met en gebruik maken van kale sommen					
De leerkracht oefent met en gebruik maken van contextgebonden sommen					
De leerkracht maakt een koppeling tussen de som uit het boek en het dagelijks leven					
De leerkracht vraagt naar een koppeling tussen de som uit het boek en het dagelijks leven					
De leerkracht stimuleert om met voorbeelden of sommen uit het dagelijks leven te komen					
De leerkracht laat de kinderen zelfstandig werken					
De leerkracht zet coöperatieve werkvormen in					

Interactie					
De leerkracht geeft alle leerlingen ruimte en tijd om de som uit te rekenen					
De leerkracht laat leerlingen naar voren komen om de som uit te leggen					
De leerkracht laat leerlingen de som zelf visueel maken					
De leerkracht laat leerlingen werken met concreet materiaal					
De leerkracht laat de leerlingen op hun eigen creatieve manier sommen oplossen.					
De leerkracht laat hetzelfde kind meerdere oplossingswijzen verwoorden					
De leerkracht laat verschillende kinderen meerdere oplossingswijzen verwoorden					
De leerkracht beantwoordt zelf de vraag die gesteld wordt					
De leerkracht speelt de vraag die gesteld wordt door aan iemand anders					
De leerkracht laat het kind met de vraag het antwoord na die tijd nog een keer herhalen					
Verlengde instructie					
De leerkracht beantwoordt zelf de vraag die gesteld wordt					
De leerkracht speelt de vraag die gesteld wordt door aan iemand anders					
De leerkracht laat het kind met de vraag het antwoord na die tijd nog een keer herhalen					
De leerkracht laat de gehele instructiegroep aan de instructietafel gedurende de hele les zitten					
De leerkracht benoemt zelf wie er weer op zijn eigen plek mag gaan zitten					
De leerkracht vraagt aan de kinderen wie er zelf kan werken					

1.3.3 Nauwelijks gestructureerde vragenlijst leerkracht

Soort vragenlijst	Nauwelijks gestructureerd
Geïnterviewd	
Datum	
Tijdstip	
Onderwerp	Rekenen: instructie rondom begripsvorming bij keersommen
Doel	Middels deze nauwelijks gestructureerde vragenlijst inzicht verkrijgen in de kennis, het inzicht, de houding en de ervaringen van de leerkracht m.b.t. begripsvorming bij strategieën tijdens de rekenles n.a.v. het uitvoeren van onderzoeksontwerp.

Vragenlijst
Hoe heb je het ervaren om het onderzoeksontwerp uit te voeren? (Suggesties: was het veel voorbereiding, vroeg het veel van je als leerkracht, was het duidelijk beschreven, droeg het bij aan je eigen ontwikkeling op dit gebied, droeg het bij aan de ontwikkeling van de kinderen enz.)
In hoeverre kwam je met het onderzoeksontwerp tegemoet aan de begripsvorming van keersommen van de leerlingen?
Hebben alle kinderen van elke niveaugroep (zwak, gemiddeld, sterk) er wat aan gehad? Konden zij op hun eigen niveau hierbij tot ontwikkeling komen?
Heeft het visueel en concreet maken van sommen ervoor gezorgd dat de kinderen een beter begrip of een beter inzicht kregen van de keersom(men)? Waaruit is dat te merken en/of zichtbaar geworden?
Heb je vaak een koppeling gemaakt met de werkelijkheid/ het dagelijks leven? Heeft dat ervoor gezorgd dat kinderen hebben ervaren dat keersommen overal voorkomen?
Hoe heb je het ervaren om elke week de focus op één strategie te leggen en daarbij eerder behandelde strategieën te herhalen?
Hoe hebben de kinderen de uitvoering van het ontwerp ervaren?
Hoe hebben de kinderen ervaren dat er elke week een nieuwe strategie aan bod kwam?
Werden de kinderen door de uitvoering van het ontwerp meer betrokken en enthousiast bij keersommen?
Beklijven de verschillende strategieën naar jou idee bij de kinderen? (Ze hoeven de strategie niet te kunnen (be)noemen, maar de handelingen wel begrijpen en toe kunnen passen).
Heb je het ontwerp als meerwaarde gezien bij het aanbieden van keersommen waarbij aan de begripsvorming werd gewerkt? Waarom wel/niet?

Zou je dit ontwerp volgende jaren ook inzetten? Waarom wel/niet?
Wat vond je sterk aan dit ontwerp en de uitvoering?
Wat zou een volgende keer beter kunnen?
Overige opmerkingen

1.3.4 Nauwelijks gestructureerde vragenlijst leerlingen

Naam:

Vragenlijst leerlingen
Wat is er veranderd in het lesgeven van keersommen?
.....
.....
.....
.....
Hoe vond je het om de rekenmuur te maken?
.....
.....
.....
.....
Hoe vond je het dat je elke week iets nieuws te horen kreeg?
.....
.....
.....
.....
Wat heb je geleerd?
.....
.....
.....
.....
Hoe vond je het dat er soms een andere leerkracht kwam om je iets nieuws te leren?
.....
.....
.....
.....
Vond je het moeilijk? Vond je het makkelijk?
.....
.....
.....
.....
Zocht je ook naar keersommen nadat je rekenen had gehad?
.....
.....
.....
.....

Ken je alle strategieën (alle verschillende kleuren) nu?
.....
.....
.....
.....
Welke strategie (kleur) vind je nog moeilijk?
.....
.....
.....
.....
Zou je vaker op deze manier iets willen leren? Waarom?
.....
.....
.....
.....

1.4 Resultaten ontwerp

1.4.1 Zeer gestructureerde observatielijst leerkracht

Soort observatie	Zeer gestructureerd
Observant	Iris Ann van der Ploeg
Geobserveerd	Ilona Sluyter
Datum	20-02-2015
Tijdstip	8:55 – 10:05
Onderwerp	Rekenen: instructie rondom begripsvorming bij keersommen
Doel	Middels deze gestructureerde observatie inzicht verkrijgen in hoeverre de leerkracht tegemoet komt aan begripsvorming tijdens de instructie.

	--	-	0	+	++
Instructie					
De leerkracht benoemt het doel voor de leerlingen					X
De leerkracht herhaalt wat ze met betrekking tot dit doel hebben gehad					X
De leerkracht benoemt wat er nieuw is voor de kinderen					X
De leerkracht heeft m.b.t. het doel een som op het bord geschreven welke beantwoord gaat worden					X
De leerkracht begint gelijk met een som	X				
De leerkracht komt tijdens de instructie tegemoet aan de relatie: een instructie die veilig is voor kinderen					X
De leerkracht komt tijdens de instructie tegemoet aan competentie: activerend leren centraal stellen bij opdrachten				X	
De leerkracht komt tijdens de instructie tegemoet aan autonomie: kinderen (mede) de taak en/of de vormgeving daarvan laten kiezen	X				
De leerkracht maakt gebruik van de fasen van het DI-model					X
Begripsvorming					
De leerkracht maakt de som visueel op het bord					X
De leerkracht werkt met concreet materiaal om de som te verhelderen					X
De leerkracht werkt met de formele som			X		
De leerkracht oefent met en gebruik maken van kale sommen			X		
De leerkracht oefent met en gebruik maken van contextgebonden sommen				X	
De leerkracht maakt een koppeling tussen de som uit het boek en het dagelijks leven					X
De leerkracht vraagt naar een koppeling tussen de som uit het boek en het dagelijks leven				X	
De leerkracht stimuleert om met voorbeelden of sommen uit het dagelijks leven te komen				X	
De leerkracht laat de kinderen zelfstandig werken					X
De leerkracht zet coöperatieve werkvormen in	X				
Interactie					

De leerkracht geeft alle leerlingen ruimte en tijd om de som uit te rekenen				X	
De leerkracht laat leerlingen naar voren komen om de som uit te leggen	X				
De leerkracht laat leerlingen de som zelf visueel maken					X
De leerkracht laat leerlingen werken met concreet materiaal					X
De leerkracht laat de leerlingen op hun eigen creatieve manier sommen oplossen.			X		
De leerkracht laat hetzelfde kind meerdere oplossingswijzen verwoorden	X				
De leerkracht laat verschillende kinderen meerdere oplossingswijzen verwoorden				X	
De leerkracht beantwoordt zelf de vraag die gesteld wordt			X		
De leerkracht speelt de vraag die gesteld wordt door aan iemand anders				X	
De leerkracht laat het kind met de vraag het antwoord na die tijd nog een keer herhalen	X				
Verlengde instructie					
De leerkracht beantwoordt zelf de vraag die gesteld wordt			X		
De leerkracht speelt de vraag die gesteld wordt door aan iemand anders				X	
De leerkracht laat het kind met de vraag het antwoord na die tijd nog een keer herhalen	X				
De leerkracht laat de gehele instructiegroep aan de instructietafel gedurende de hele les zitten	X				
De leerkracht benoemt zelf wie er weer op zijn eigen plek mag gaan zitten		X			
De leerkracht vraagt aan de kinderen wie er zelf kan werken					X

1.4.2 Nauwelijks gestructureerde vragenlijst leerkracht

Soort vragenlijst	Nauwelijks gestructureerd
Geïnterviewd	Marita Buijsrogge
Datum	08-04-2015
Onderwerp	Rekenen: instructie rondom begripsvorming bij keersommen
Doel	Middels deze nauwelijks gestructureerde vragenlijst inzicht verkrijgen in de kennis, het inzicht, de houding en de ervaringen van de leerkracht m.b.t. begripsvorming bij strategieën tijdens de rekenles n.a.v. het uitvoeren van onderzoeksontwerp.

Vragenlijst
Hoe heb je het ervaren om het onderzoeksontwerp uit te voeren? (Suggesties: was het veel voorbereiding, vroeg het veel van je als leerkracht, was het duidelijk beschreven, droeg het bij aan je eigen ontwikkeling op dit gebied, droeg het bij aan de ontwikkeling van de kinderen enz.)
Het was leuk om met de kinderen op een andere manier de keersommen te maken en verschillende strategieën aan te bieden. In de methode wordt het vrij "statisch" aangeboden, de kinderen waren bij dit ontwerp meer bij deze strategieën betrokken. De lesopzet was duidelijk, daardoor kostte het niet heel veel voorbereiding om deze les te doen met de kinderen.
In hoeverre kwam je met het onderzoeksontwerp tegemoet aan de begripsvorming van keersommen van de leerlingen?
Ik denk dat de kinderen veel van de strategieën hebben opgestoken. Ze hebben geleerd om in hun omgeving rond te kijken op zoek naar de strategieën, deze kunnen ze nu toepassen.
Hebben alle kinderen van elke niveaugroep (zwak, gemiddeld, sterk) er wat aan gehad? Konden zij op hun eigen niveau hierbij tot ontwikkeling komen?
Ieder kind heeft hier op zijn/ haar niveau wat aan gehad. Je zag dat de "sterkere" lln. moeilijke keersommen zochten en dat de "zwakkere" lln. het hielden bij de keersommen die ze al beheersten.
Heeft het visueel en concreet maken van sommen ervoor gezorgd dat de kinderen een beter begrip of een beter inzicht kregen van de keersom(men)? Waaruit is dat te merken en/of zichtbaar geworden?
Visueel en concreet maken van sommen is voor veel kinderen goed, vaak wordt er te veel van uitgegaan dat de kinderen het lezen zo goed beheersen dat ze ook de opdrachten goed kunnen lezen. Als je tijdens de rekenles terug ging naar deze keersommen merkte ik dat ze deze manier goed hadden begrepen.
Heb je vaak een koppeling gemaakt met de werkelijkheid/ het dagelijks leven? Heeft dat ervoor gezorgd dat kinderen hebben ervaren dat keersommen overal voorkomen?
Ik heb niet zo vaak een terug koppeling gemaakt, hier kan ik dus niet zo veel over zeggen.
Hoe heb je het ervaren om elke week de focus op één strategie te leggen en daarbij eerder behandelde strategieën te herhalen?
De focus op 1 strategie is prettig werken voor en met de kinderen. Soms kwam een andere strategie ook ter sprake en kon je hier ook aandacht aan besteden. Voor kinderen is dit heel duidelijk, zeker de "zwakkere" kinderen hebben hier veel baat bij.
Hoe hebben de kinderen de uitvoering van het ontwerp ervaren?
Kinderen waren enthousiast!
Hoe hebben de kinderen ervaren dat er elke week een nieuwe strategie aan bod kwam?
Dit was duidelijk voor de kinderen. Doordat je met kleuren werkte voor de verschillende

strategieën werd het nog inzichtelijker. Met de "zwakkere" kinderen zal je meer moeten herhalen.
Werden de kinderen door de uitvoering van het ontwerp meer betrokken en enthousiast bij keersommen?
Ja, dat is zeker zo!
Beklijven de verschillende strategieën naar jou idee bij de kinderen? (Ze hoeven de strategie niet te kunnen (be)noemen, maar de handelingen wel begrijpen en toe kunnen passen).
Ik denk als je het regelmatig met de kinderen herhaald dat het dan zeker beklijft.
Heb je het ontwerp als meerwaarde gezien bij het aanbieden van keersommen waarbij aan de begripsvorming werd gewerkt? Waarom wel/niet?
Ja. In de methode komen de keersommen op verschillende momenten aan bod, terwijl je nu een aantal weken achter elkaar intensief bezig bent geweest. Dit is voor kinderen een fijne manier.
Zou je dit ontwerp volgende jaren ook inzetten? Waarom wel/niet?
Ja, dit idee houd ik in gedachten om hier een ander jaar weer mee aan de slag te kunnen.
Wat vond je sterk aan dit ontwerp en de uitvoering?
Kinderen ervaren dat er niet 1 oplossing is maar dat je hier op verschillende manieren mee aan het werk kunt.
Wat zou een volgende keer beter kunnen?
Ik denk dat je hier 2 à 3 keer in de week mee aan het werk kunt. Voor de "zwakkere" lln. moet je vaker oefenen.
Overige opmerkingen
Goede en duidelijke uitwerking voor degen die hiermee aan het werk gaat! Complimenten.

Soort vragenlijst	Nauwelijks gestructureerd
Geïnterviewd	Ilona Sluyter
Datum	8 april 2015
Onderwerp	Rekenen: instructie rondom begripsvorming bij keersommen
Doel	Middels deze nauwelijks gestructureerde vragenlijst inzicht verkrijgen in de kennis, het inzicht, de houding en de ervaringen van de leerkracht m.b.t. begripsvorming tijdens de instructie n.a.v. het uitvoeren van onderzoeksontwerp.

Vragenlijst	
Hoe heb je het ervaren om het onderzoeksontwerp uit te voeren? (Suggesties: was het veel voorbereiding, vroeg het veel van je als leerkracht, was het duidelijk beschreven, droeg het bij aan je eigen ontwikkeling op dit gebied, droeg het bij aan de ontwikkeling van de kinderen enz.)	
Het is een leuk project om uit te voeren. De kinderen komen op een andere manier in aanraking met vermenigvuldigingen dan tijdens de methodelessen. De kinderen hebben vermenigvuldigen in de dagelijkse praktijk leren herkennen en toepassen. De methode probeert hier ook bij aan te sluiten, maar dit onderzoek sloot dichter bij de belevingswereld van de kinderen aan. De voorbereiding t.a.v het aanbieden van de verschillende strategieën kost niet heel veel voorbereiding, de lesopzet heb ik telkens goed doorgelezen en ik heb voor mezelf een werkvorm voorbereid hoe ik het de klas zou aanbieden. Meer werk was het schrijven van de evaluaties, maar dit is voor het evalueren van het onderzoek ontwerp wel van belang.	
In hoeverre kwam je met het onderzoeksontwerp tegemoet aan de begripsvorming van keersommen van de leerlingen?	
Ik denk dat de kinderen nu goed weten wat het begrip keersommen inhoud. Ze kunnen voorbeelden noemen en toepassen in de praktijk. De verschillende strategieën kunnen de kinderen herkennen.	
Hebben alle kinderen van elke niveaugroep (zwak, gemiddeld, sterk) er wat aan gehad? Konden zij op hun eigen niveau hierbij tot ontwikkeling komen?	
Ja, juist door verwerking of werkvormen te kiezen waarbij de kinderen naar eigen inzicht sommen konden bedenken sluit je nauw aan bij het leerniveau van kinderen. De sterke groep kinderen ontdekten 'grote en moeilijke' keersommen, terwijl de zwakkere groep kinderen het veiliger hield bij de 'bekende' keersommen; toch laat dit zien dat zij de strategie beheersen en dit kunnen toepassen.	
Heeft het visueel en concreet maken van sommen ervoor gezorgd dat de kinderen een beter begrip of een beter inzicht kregen van de keersom(men)? Waaruit is dat te merken en/of zichtbaar geworden?	
Ja, zeker. Dit is altijd belangrijk bij het (reken)onderwijs. Onderwijs is veelal talig ingesteld, terwijl rekenen vaak nog zo abstract voor de kinderen is. Zeker het vermenigvuldigen is voor kinderen soms nog zo 'vaag'. Door te laten zien wat je bedoelt, creëer je een visueel beeld waaraan de kinderen steun hebben. Tijdens de lessen kunnen de kinderen deze beelden vaak gemakkelijk(er) terughalen. Dit heb ik meerdere keren gemerkt tijdens een terugkoppeling.	
Heb je vaak een koppeling gemaakt met de werkelijkheid/ het dagelijks leven? Heeft dat ervoor gezorgd dat kinderen hebben ervaren dat keersommen overal voorkomen?	
Ik heb regelmatig gerefereerd aan de keersommen en/of strategie. Zo mogelijk een koppeling maken naar de dagelijkse praktijk. Bijvoorbeeld tijdens de gymles, groepjes maken.	
Hoe heb je het ervaren om elke week de focus op één strategie te leggen en daarbij eerder behandelde strategieën te herhalen?	

Prettig. Zo stel je één strategie centraal en deze kun je uitdiepen. Bepaalde strategieën kunnen ook goed samen gaan, bijvoorbeeld ‘1 x meer en 1 x minder’, onbedoeld kwam de strategie 1 x minder bij het behandelen van de strategie 1 x meer al ter sprake. We hebben deze strategieën toen samen behandeld. Het nut van herhalen is groot! Vooral voor de zwakkere groep kinderen is dit zeker waardevol geweest.
Hoe hebben de kinderen de uitvoering van het ontwerp ervaren?
Ik hoor veel positieve geluiden. De kinderen zijn enthousiast wanneer ze vertellen wat ze geleerd hebben over de rekenmuur. Zelfs ouders reageren positief bij het zien van de rekenmuur.
Hoe hebben de kinderen ervaren dat er elke week een nieuwe strategie aan bod kwam?
Voor de kinderen is het duidelijk, zeker met de verschillende kleuren. Het is wel belangrijk om de zwakkere groep kinderen in de gaten te houden; voor deze kinderen kan het tempo ook te hoog liggen waardoor ze de strategieën door elkaar gaan halen. Voor de kinderen die moeite met het vermenigvuldigen hebben zou je extra tijd kunnen plannen, zodat zij extra kunnen herhalen of nogmaals een extra instructie kunnen volgen.
Werden de kinderen door de uitvoering van het ontwerp meer betrokken en enthousiast bij keersommen?
Ja, absoluut.
Beklijven de verschillende strategieën naar jou idee bij de kinderen? (Ze hoeven de strategie niet te kunnen (be)noemen, maar de handelingen wel begrijpen en toe kunnen passen).
Het zal zeker nog wat herhalen en aandacht vragen, en hierin zal ik als leerkracht ook zeker een rol hebben, maar ik denk wel dat de verschillende strategieën zullen beklijven.
Heb je het ontwerp als meerwaarde gezien bij het aanbieden van keersommen waarbij aan de begripsvorming werd gewerkt? Waarom wel/niet?
Ja zeker. Het vermenigvuldigen komt binnen de methode terug, maar wordt over verschillende lessen en blokken verdeeld. Nu zijn we een aantal weken intensief alleen met de verschillende strategieën van vermenigvuldigen bezig geweest waardoor deze stof extra is aangezet. De kinderen begrijpen de sommen van de methode nu sneller.
Zou je dit ontwerp volgende jaren ook inzetten? Waarom wel/niet?
Ik wil dit ontwerp zeker in gedachten houden!
Wat vond je sterk aan dit ontwerp en de uitvoering?
Voornamelijk het zoeken naar concrete voorbeelden in de eigen praktijk en beleavingswereld van de kinderen. Ook ontdekken kinderen dat er niet één manier van oplossen van keersommen is, maar dat je meerdere strategieën in kunt zetten.
Wat zou een volgende keer beter kunnen?
In 6 weken, minimaal 2 x per week 10 minuten, is voldoende om een basis en inzicht te creëren t.a.v de begripsvorming van vermenigvuldigen. Het zal echter wel meer tijd vragen voor herhaling om ervoor te zorgen dat de strategieën beklijven. Zeker ook naar de zorgleerlingen zal meer tijd toe moeten.
Overige opmerkingen

1.4.3 Nauwelijks gestructureerde vragenlijst leerlingen

De vragenlijsten van de leerlingen zijn geanalyseerd, wat hieronder te lezen is. Er zijn soms enkele antwoorden van kinderen letterlijk overgenomen, waardoor er spelfouten in zitten of het geen lopende zin is. Wanneer er een vergelijkbaar antwoord werd gegeven, is dat antwoord niet genoteerd.

De vragenlijsten van de leerlingen zijn geanalyseerd, wat hieronder te lezen is. Er zijn soms enkele antwoorden van kinderen letterlijk overgenomen, waardoor er spelfouten in zitten of het geen lopende zin is. Wanneer er een vergelijkbaar antwoord werd gegeven, is dat antwoord niet genoteerd.

Er zijn in totaal 17 afnamen geweest, alleen kunnen bij een antwoord wel meer antwoorden gegeven zijn, doordat er in één antwoord soms meerdere aspecten aan bod kwamen.

Vragenlijst leerlingen
Wat is er veranderd in het lesgeven van keersommen?
Er is in totaal 5 keer iets over de strategieën beschreven hebben, vier keer beschreven dat ze meer weten, 2 keer dat de keersommen beter begrepen worden, 2 keer dat het makkelijker is geworden, 1 keer dat er meerdere keersommen voor één keersom zijn, 1 keer iets over een andere juf en 1 keer iets dat de les leuker geworden is.
Hoe vond je het om de rekenmuur te maken?
Er is 14 keer ingevuld dat het (heel) leuk was, 8 keer dat er veel geleerd is, 2 dat het een beetje moeilijk was, 1 dat het spannend was, 1 die het anders dan normaal vond en 1 die heeft geschreven dat je de keersommen van de rekenmuur in ieder geval kent. Bijna iedereen heeft leuk opgeschreven, maar de onderbouwing is wel verschillend: - “Wel leuk want je leerd er veel van” - “Leuk, omdat je die sommen in ieder geval kent” - “Ik vindt het heel leuk omdat ik er nu veel meer van weet” - “Wel leuk want dan kon je meer xsommen maken” - “Ja, je leert verwisselen, halveren, 1x meer, 1x minder, 10x” - “Leuk maar ook een beetje moeilijk” - “Leuk om dat je er kan leere en omdat je dan meer dinge kan leere” - “Super spanent want wat voor x som je maakt”. - “Nou Het is wel anders dan normal”.
Hoe vond je het dat je elke week iets nieuws te horen kreeg?
Er is 13 keer ingevuld dat het leuk was, 1 keer dat het vet was, 1 keer dat het spannend was, 1 keer dat het bijzonder was, 1 keer dat diegene nog meer keersommen wil en 6 keer dat het leerzaam was om telkens iets nieuws te leren.
Wat heb je geleerd?
Er wordt 7 keer iets over de strategieën beschreven, 3 keer iets over manieren/trucjes die geleerd zijn (waarmee de strategieën bedoeld worden), 2 keer hoe je keersommen het beste en het snelste uit kan rekenen, 2 keer grote keersommen, 2 keer worden voorbeelden van keersommen gegeven en 1 keer dat iemand veel geleerd heeft, maar nog meer wil leren.
Hoe vond je het dat er soms een andere leerkracht kwam om je iets nieuws te leren?
Er is 13 keer leuk opgeschreven, 2 keer leerzaam, 1 keer spannend, 1 keer interessant, 1 keer goed en 1 keer dat het leuk is omdat de een meer uitlegt dan de ander.
Vond je het moeilijk? Vond je het makkelijk?

Er is 6 keer makkelijk opgeschreven, 6 keer een beetje moeilijk en een beetje makkelijk (tussenin) en 4 keer moeilijk. Eén kind heeft opgeschreven: “Ik vond x somen irst heel moeilijk maar nu vin ik het makelijker”.
Zocht je ook naar keersommen nadat je rekenen had gehad?
Er wordt 9 keer aangegeven keersommen gezocht te hebben, waarbij één aangeeft hele goede te hebben gevonden en een ander dat die veel gezien heeft. Er wordt 4 keer aangegeven dat er niet naar gekeken wordt en 4 keer dat er niet heel veel naar gekeken wordt.
Ken je alle strategieën (alle verschillende kleuren) nu?
Er wordt 9 keer aangegeven dat ze alle strategieën kennen, 7 keer dat nog niet alle strategieën helemaal wordt gekend, 1 keer dat iemand ze nog gebruikt en 1 keer dat iemand ze kent doordat het in de klas hangt.
Welke strategie (kleur) vind je nog moeilijk?
Er wordt 4 keer aangegeven dat er geen een strategie moeilijk is, 5 keer dat de halveerstrategie nog moeilijk is, 7 keer dat de 10x strategie nog moeilijk is en 2 keer zijn er voorbeelden gegeven van moeilijke keersommen (93, 21, 1000 etc.).
Zou je vaker op deze manier iets willen leren? Waarom?
Er wordt 16 keer geschreven dat de kinderen vaker iets op deze manier willen, waarbij het 9 keer leuk wordt genoemd, 1 keer handig, 3 keer leerzaam en 1 keer makkelijk. Slechts één leerling heeft aangegeven dat het eigenlijk niet meer op deze manier iets wil leren.

Bijlagen D – Afbeeldingen

1.1 Foto's van de rekenmuur







$$\begin{array}{l}
 6 \times 10 = 60 \quad 3 \times 10 = 30 \\
 8 \times 10 = 80 \quad 4 \times 10 = 40 \\
 4 \times 10 = 40 \quad 2 \times 10 = 20 \\
 2 \times 10 = 20 \quad 1 \times 10 = 10
 \end{array}$$

8

$$\begin{array}{l}
 6 \times 10 = 60 \\
 3 \times 10 = 30 \\
 2 \times 10 = 20 \\
 1 \times 10 = 10 \\
 8 \times 10 = 80 \\
 4 \times 10 = 40 \\
 10 \times 10 = 100 \\
 5 \times 10 = 50 \\
 6 \times 5 = 30 \\
 3 \times 5 = 15 \\
 8 \times 5 = 40 \\
 4 \times 5 = 20
 \end{array}$$

8

$$\begin{array}{l}
 10 \times 10 = 100 \quad 5 \times 10 = 50 \\
 10 \times 4 = 40 \quad 5 \times 4 = 20
 \end{array}$$

hura

$$\begin{array}{l}
 10 \times 80 = 80 \\
 10 \times 40 = 20
 \end{array}$$

$10 \times 8 = 80$	$10 \times 4 = 40$	$6 \times 3 = 18$	$4 \times 2 = 8$
$5 \times 8 = 40$	$5 \times 4 = 20$	$3 \times 3 = 9$	$2 \times 2 = 4$

$$\begin{array}{l}
 10 \times 4 = 40 \\
 5 \times 4 = 20 \\
 6 \times 10 = 60 \\
 5 \times 6 = 30
 \end{array}$$

1x meer

lým
 $1 \times 6 = 12$
 $2 \times 5 = 10 + 2 = 12$
1x2



⑫

lým
 $3 \times 6 = 18$
 $3 \times 5 = 15 + 3 = 18$
1x3



⑮

lým
 $4 \times 6 = 24$
 $4 \times 5 = 20 + 4 = 24$
1x4



⑮

Vlaggen
 $1 \times 3 = 3$
 $1 \times 2 = 2 + 1 = 3$



③

plus 1x6

Vlaggetjes
 $2 \times 3 = 6$
 $1 \times 3 = 3 + 3 = 6$
1x3



⑥

Tekeningen
 $2 \times 4 = 8$
 $1 \times 4 = 4 + 4 = 8$



⑧

plus 1x4

Tafels
 $3 \times 4 = 12$
 $2 \times 4 = 8 + 4 = 12$



⑫

2x2=4
 $3 \times 2 = 6$



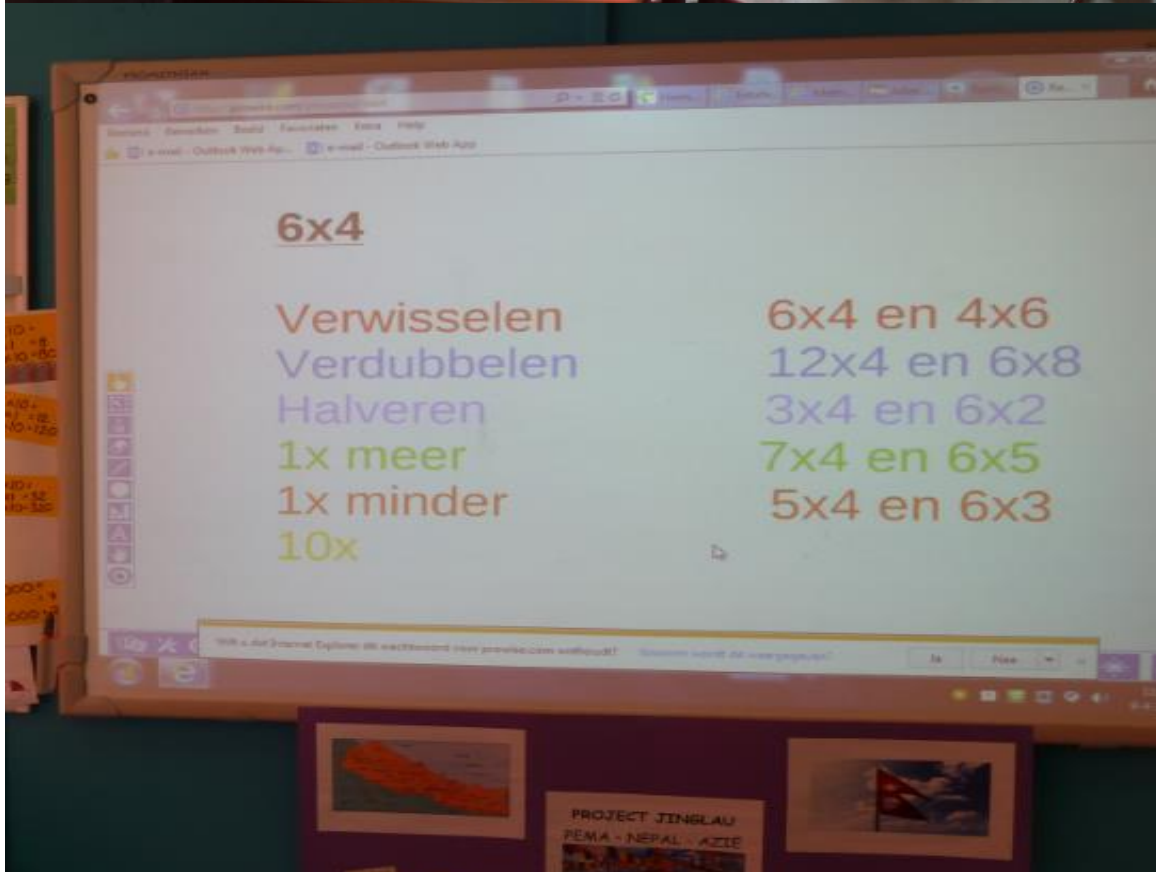




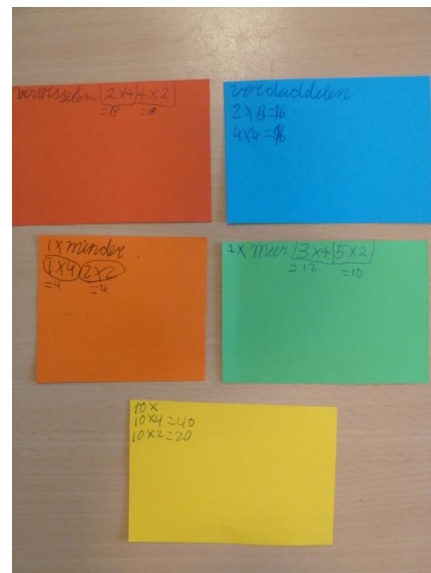
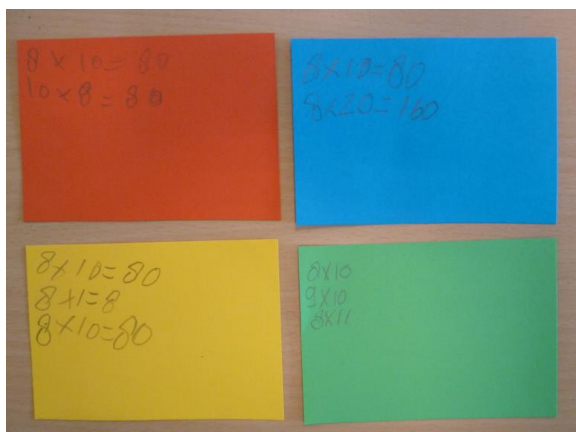
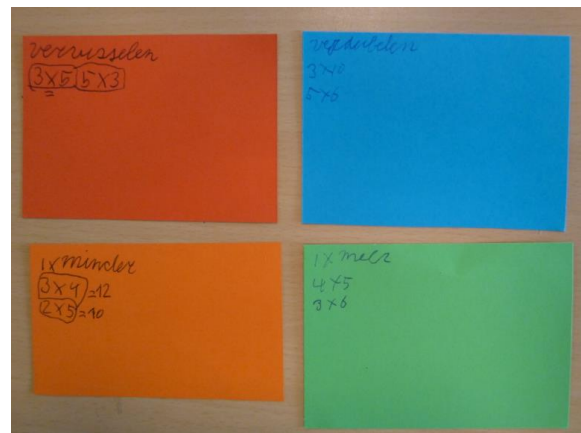
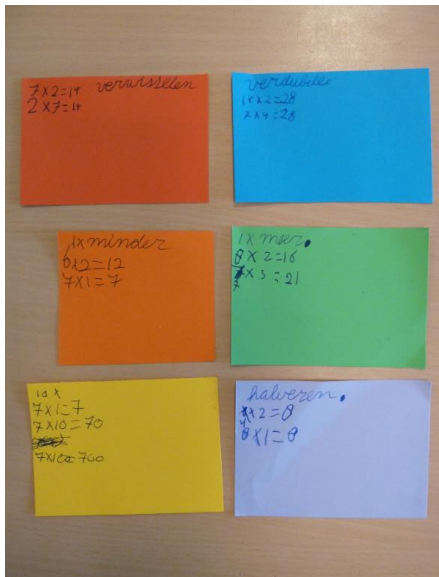


1.2 Foto's les

Tijdens deze les kregen de kinderen allemaal gekleurde blaadjes. Bij één keersom moesten ze proberen elke strategie te beschrijven.







Bijlagen E – Beschrijving ontwerp

De leerlingen zitten nu in de reconstructiefase met vermenigvuldigen. In deze fase wordt de begripsvorming verder ontwikkeld en worden rekenstrategieën en rekenfeiten geleerd en toegepast. Hierbij gaat het niet om bepaalde tafels die ze moeten leren, maar meer om hóé ze vermenigvuldigen uit (kunnen) rekenen. De strategieën die de leerkracht aanbiedt, zorgt ervoor dat leerlingen handig, flexibel en snel sommen uit kunnen rekenen. Een leerling kiest een strategie die hij/zij handig en/of prettig vindt. Het kan zijn dat dit geen handige strategie lijkt, maar het kan de voorkeur van een leerling wel hebben. Het is belangrijk dat zij eerst strategieën leren, aanleren en toepassen, voor zij deze gaan verkorten, automatiseren en memoriseren.

De ontwerpisen welke uit het vooronderzoek en het theoretisch kader naar voren zijn gekomen:

- De lessen moeten aansluiten op de hoofdlijnen van de rekenwiskundige ontwikkeling (Van Groenestijn et al., 2011) en ruimte en tijd bieden voor de ontwikkeling van begripsvorming rondom keersommen
- Het ontwerp wordt minimaal twee keer per week 10 minuten uitgevoerd, waarbij gefocust wordt op de begripsvorming bij gebruik van strategieën bij keersommen (Oonk et al., 2011)
- Het ontwerp stimuleert leerlingen om ook in het dagelijks leven keersommen te herkennen (Bazalt, n.d.;
- Het ontwerp stimuleert de leerkracht concreet materiaal in te zetten
- Het ontwerp sluit aan bij de tussendoelen voor vermenigvuldigen in groep 4
- Het ontwerp gaat uit van de stappen van het opstellen van een rekenmuur (Kuiper en Van der Linden, 2013/2014) en krijgt een centrale plek in de klas (Steinvoorte, 2001)

Wie	- Twee leerkrachten van groep 4 - Groep 4 (eenentwintig leerlingen)
Wat	De leerkracht besteedt minstens twee keer in de week 10 minuten aandacht aan de rekenmuur en de tafeltafel, waarbij elke week een nieuwe strategie centraal staat en waarbij eerder aangeleerde strategieën herhaald worden. Op de rekenmuur komt alles wat de leerlingen zien en leren over vermenigvuldigen te hangen, gerangschikt op strategie. Op de tafeltafel kunnen concrete materialen liggen, waarin keersommen terug te vinden zijn.
Wanneer	Dit ontwerp wordt zes weken lang uitgevoerd. Het ontwerp kan worden ingezet tijdens de rekenles, maar ook als een op zich staande les gegeven worden.
Waar	Het ontwerp wordt in de klas besproken, maar leerlingen worden ook gestimuleerd om thuis op zoek te gaan naar vermenigvuldigingssommen en om materialen mee te nemen.
Waarom	Doordat concrete materialen, visuele beelden en contexten een grote rol spelen bij de begripsvorming van keersommen is er gekozen voor een rekenmuur en een tafeltafel. Bij de rekenmuur komen sommen, afbeeldingen van vermenigvuldigingssituaties en geleerde kennis te hangen.

	Op de tafeltafel komen concrete materialen te liggen, waarin strategieën zichtbaar zijn weergegeven. Door elke week te focussen op één nieuwe strategie en eerder geleerde strategieën te herhalen, zullen de leerlingen deze strategieën dikwijls herhalen, waardoor ze beter en sneller in gaan zien wanneer welke strategie handig kan zijn bij het uitrekenen van een keersom.
--	--

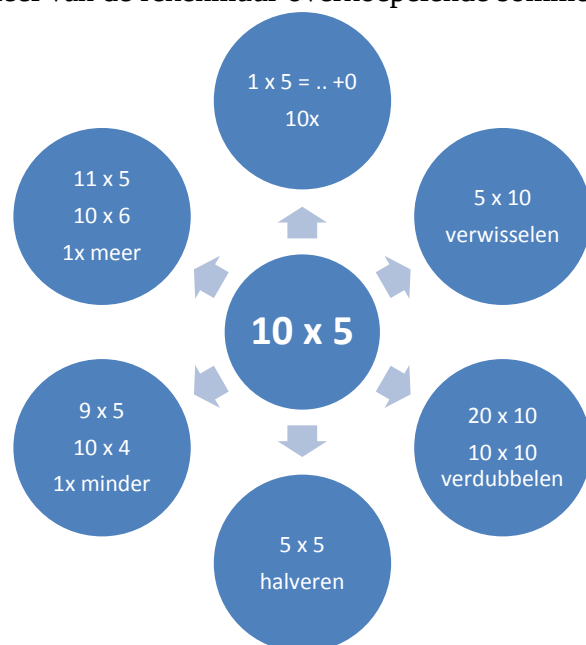
De globale indeling van de rekenmuur is als volgt:

Verwisselen	Verdubbelen	Halveren	1x meer	1x minder	10 x
Rood	Blauw	Paars	Groen	Oranje	Roze

Voor deze indeling is gekozen, omdat het in deze volgorde in het ontwerp aan bod komt. De onderdelen komen te hangen op een kleur, om de verschillende strategieën duidelijk te onderscheiden en om deze kleuren in activiteiten en/of sommen terug te laten komen.

Er kan op een wit vel de overkoepelende sommen komen te staan. Hieronder is een voorbeeld weergegeven.

Daarnaast kan in een deel van de rekenmuur overkoepelende sommen komen te staan. Een voorbeeld daarvan is:



Hierbij kan elke som in de kleur van de strategie worden geschreven. Zo wordt 5×10 dan rood geschreven en 20×5 en 10×10 blauw.

Hieronder volgt het ontwerp waarbij beschreven staat welke strategie er centraal staat, welke modellen hierbij aan de orde kunnen komen en welke materialen ingezet kunnen worden.

Tijdens de lessen kunnen opmerkingen geschreven worden en op de laatste dag van de werkweek vult de leerkracht het evaluatieformulier in.

	16 – 20 – 24, of door de sprongen: 3 – 6 – 9 – 12 – 15 – 18 – 21 – 24. Deze strategie is van toepassing bij de tafels die al aangeboden zijn: - 2 (het dubbele van 1) - 10 (het dubbele van 5) - 20 (het dubbele van 10) Om deze strategie te verduidelijken, kan gebruik gemaakt worden van: Tafel van 2: eierdozen, schoenen, oorbellen, handschoenen. Tafel van 10: vingers, tenen, potloden. Tafel van 20: vingers en tenen Deze strategie kan ook ingezet worden om nieuwe tafels te leren, zoals de tafel van 4.		
--	---	--	--

[illegible]

	stickervel kan ook geteld worden door sprongen te maken: 4 – 8 – 12 – 16 – 20 – 24, of door de sprongen: 3 – 6 – 9 – 12 – 15 – 18 – 21 – 24. De helft daarvan is 12. Deze strategie is van toepassing bij de aangeboden tafel van 10, maar daarnaast ook op de andere tafels. Om deze strategie te verduidelijken, kan gebruik gemaakt worden van: eierdozen, potloden.		
--	--	--	--

[illegible]

	~ Lijnmodel. Bij de stickervel kan ook geteld worden door sprongen te maken: 4 – 8 – 12 – 16 – 20 – 24, of door de sprongen: 3 – 6 – 9 – 12 – 15 – 18 – 21 – 24. De helft daarvan is 12. Deze strategie is van toepassing bij de tafels van: - 6 (1x meer dan 5) - 11 (1x meer dan 10) Om deze strategie te verduidelijken, kan worden gerefereerd aan de sommen van de tafel van 5 en 10, omdat deze tafels al aangeboden zijn. Deze dienen als steunpunten. Daarnaast kan een leerling dit bij elke tafel doen, afhankelijk van wat hij weet en wat zijn voorkeur van strategie is. Mogelijke materialen zijn potloden, fiches, kaartjes.		
--	--	--	--

[illegible]

	snoep is $40 + 8 = 48$. ~ Lijnmodel. Bij de stickervel kan ook geteld worden door sprongen te maken: 5×4 is $4 - 8 - 12 - 16 - 20$, dus 6×4 is $4 - 8 - 12 - 16 - 20 - 24$. Deze strategie is van toepassing bij de tafels van: - 4 (1x minder dan 5) - 9 (1x minder dan 10) Om deze strategie te verduidelijken, kan worden gerefereerd aan de sommen van de tafel van 5 en 10, omdat deze tafels al aangeboden zijn. Deze dienen als steunpunten. Daarnaast kan een leerling dit bij elke tafel doen, afhankelijk van wat hij weet en wat zijn voorkeur van strategie is. Mogelijke materialen zijn potloden, fiches, kaartjes.		
--	--	--	--

[illegible]

	groepsmodellen die ingezet kunnen worden, zijn zakjes snoep en doosjes met potloden.  Concreet voorbeeld. Er zijn 6 zakjes met 10, $6 \times 1 = 6$, dus $6 \times 10 = 60$. ~ Lijnmodel. Bij de stickervel kan ook geteld worden door sprongen te maken: 4×10 is 4 plus 0 is 40. Deze strategie is het meest van toepassing bij de tafels van: - 1 (de nul weg halen en er later weer bij doen) Mogelijke materialen zijn potloden, fiches, kaartjes.		
--	--	--	--

Evaluatie ontwerp per week

Week:	Ilona	Marita
.....	Wat viel je op?	
	Wat ging goed bij jou (leerkracht)?	
	Wat ging goed bij de leerlingen/ zijn de leerlingen tot bijzondere inzichten gekomen? Welke leerlingen (zwak, sterk, gemiddeld)?	
	Wat kan de volgende keer/les beter?	
	Welke verandering merk(te) je bij de kinderen?	

	Heb jij en hebben de leerlingen het ook nog buiten de rekenles toegepast?	
		
		
		
		
	Ben je concreet genoeg bezig geweest?	
		
		
		
		