Intuïtieve wiskunde

Onderzoek schoolpraktijk Wiskunde Master

Karen de Kort 2178272

Begeleiding: Chris Horlings 01-04-2021

Inleiding

Wiskunde kampt met het vooroordeel dat het moeilijk is en saai, maar wel belangrijk voor later. Dit maakt dat leerlingen in het VO bereid zijn om aan wiskunde te werken, maar er tegenop zien en het niet leuk vinden. Dit onderzoek richt zich op een fenomenologische werkwijze met als doel de betrokkenheid van leerlingen voor wiskunde te vergroten.

Bij betrokkenheid spelen meerdere factoren een rol, waaronder interesse (vind ik dit leuk?) en doeltreffendheid (kan ik dit?). Betrokkenheid is een goed vetrekpunt van waaruit geleerd kan worden. Op het moment dat je dit weet te verbeteren zal een leerling beter worden in wiskunde, het leuker en gemakkelijker vinden, de vicieuze cirkel (Marzano & Pickering, 2017). De fenomenologie beschrijft een deel van de wereld die er óók is. Deze vervangt niet, maar is onderdeel van de werkelijkheid zoals die beleefd wordt. Wanneer je bij het aanschouwen van een koorddanser vanuit je stoel mee corrigeert met zijn beweging, is er geen afstand meer tussen het subject en object. De waarnemer kruipt als het ware in de huid van de koorddanser (Schmitz, 1972). Het is een uiterste van een breed spectrum dat zich opspant tussen het volledig gedistantieerd of objectief waarnemen en intuïtief waarnemen, waarbij de waarnemer helemaal opgaat in het waargenomene.

Wiskunde kent vele toepassingen in de praktijk, toch geven leerlingen aan zich daar niet betrokken bij te voelen. Door de theorie concreet te vertalen, in objecten en beschreven ervaringen probeer ik op een fenomenologische werkwijze te onderzoeken of leerlingen dan meer betrokken worden bij die wiskunde.

Dankwoord

Ten eerste wil ik Chris Horlings bedanken voor zijn vertrouwen en scherpe blik als begeleider van mijn onderzoek. Daarnaast dank ik Ralph voor zijn steun en geduld gedurende mijn studie Wiskunde Master. Per en Ax voor het inzicht om op tijd te stoppen. Als laatste mama, Wiel en Liz, omdat ze zo trots op me zijn.

Inhoudsopgave

Inleiding 1

Dankwoord 1

1.1 Aanleiding 3

1.2 Afbakening 3

1.3 Onderzoeksvraag met deelvragen 4

2.1 Fenomenologie: Wat is dat? 5

2.2 Fenomenologie en onderwijs 7

2.3 Betrokkenheid 9

2.4 Wat is intuïtief leren? De ontwerpeisen. 10

3.1 Product 1- Grafieken bij standaardformules 11

Evaluatie van product 1 11

3.2 Product 2 – Bord van Galton 13

Evaluatie van product 2 14

3.3 Product 3 - Kiezelstenen 15

Evaluatie van product 3 15

3.4 Product 4 – Kaartspel 17

Evaluatie product 4 17

4 Dataverzameling en – analyse 19

5 Conclusies en aanbevelingen 21

Bijlage: Product 1 23

Bijlage Product 2 33

Bijlage Product 3 34

Bijlage Product 4 36

Bijlage dataverzameling Product 1 38

Bijlage dataverzameling Product 2 en 3 39

Bijlage dataverzameling Eerste les na SE 40

Bijlage: Scores SE 41

Literatuurlijst 43

1.1 Aanleiding

Wiskunde A is voor veel leerlingen van Havo 4 een negatieve keuze. Ze hebben in het verleden vaak geen hoge cijfers voor wiskunde gehaald en krijgen een negatief advies om wiskunde B te kiezen. Er is hen verteld dat wiskunde wél belangrijk is, voor later, dus wordt wiskunde A gekozen. Uit gesprekken met leerlingen komt naar voren dat ze wel bereid zijn om te werken voor het vak, maar dat ze het niet leuk vinden. Hun doel is een voldoende halen, maar zijn niet geïnteresseerd in de vak inhoud. Ook zien ze tegen het vak op, zij waren immers nooit de beste van de klas. Wiskunde A wordt als heel abstract gezien, terwijl het ook toepassingen in de praktijk kent.
Leerlingen van Havo 4 op het Montessori College Eindhoven zijn vaak mondige, sociale leerlingen. Collega's beschrijven hen als redelijk zelfstandig. Ook kunnen ze goed verwoorden wat hen wel of niet bevalt aan een les. Toch komen deze leerlingen niet met voorstellen hoe wiskunde A voor hen leuker of gemakkelijker zou kunnen worden.

Plezier, zelfvertrouwen en motivatie zijn circulair met elkaar verbonden. (Hornstra, Van der Veen & Peetsma, 2016). Het is de moeite waard om te onderzoeken of dit positief beïnvloed kan worden. Mijn vermoeden is dat leerlingen blokkeren, niet meer weten waar te beginnen, terwijl ze een heleboel juist wél weten.

1.2 Afbakening

De aanleiding heeft overeenkomsten met motivatie van leerlingen en het vertrouwen voldoende competent te zijn om de wiskunde aan te gaan. David Conley en Elizabeth French benoemen dat als leerlingen zicht hebben op wat hun leerdoelen zijn en hoe ze die kunnen bereiken hun zelfvertrouwen en efficiëntie stijgt. Hun metacognitieve vaardigheden verbeteren en ze zetten vaker door om hun doelen te behalen. Dit resulteert in een gevoel van betrokkenheid en motivatie, wat juist weer de basis van eigenaarschap vormt. (Conley & French, 2013).
Docenten kunnen eigenaarschap van leerlingen stimuleren door hen een gevoel van autonomie te geven, in te spelen op hun interesse, effectieve leerstrategieën aan te leren en feedback te geven. Het hebben van voldoende zelfvertrouwen en een positief en realistisch zelfbeeld zijn belangrijk voor het leveren van prestaties, zo concludeert John Hattie. Self-efficacy, het geloof in eigen bekwaamheid is belangrijk om bij tegenslag niet te snel op te geven. Een negatief zelfbeeld en laag zelfvertrouwen kan leiden tot het niet meer aangaan van een opdracht en het ontkennen van een eigen rol daarin. Een positief zelfbeeld en zelfvertrouwen daarentegen maken dat een leerling fouten durft te maken en daarin de kans ziet er iets van te leren.
Prestaties en zelfvertrouwen gaan hand-in-hand. Leerlingen kiezen minder uitdagende doelen, voor meer zekerheid als de focus ligt op het leveren van leerprestaties. Als er meer aandacht is voor het leerproces en minder voor leerprestaties, vergroot dat juist het zelfvertrouwen (Hattie, 2009).

Een andere manier om naar motivatie en eigenaarschap te kijken is de Fenomenologie, een filosofische stroming die geen scheiding tussen lichaam en geest maakt. Je beleeft iets met je hele lichaam, niet alleen met de geest. Mark Johnson stelt dat je alleen tot een abstract idee kunt komen door het eerst lijfelijk te ervaren. Vaardigheden komen niet voort uit het brein of de geest, maar hangen samen met de structuur van het lichaam en de manier waarop het lichaam zich tot de wereld verhoudt (Johnson, 1990).

Wiskunde is van het hoogste abstractie niveau. Door het *doen* te verweven met de wiskunde verlaag je dat abstractie niveau. Door het denken vanuit het *doen* te benaderen, creëer je een fundament waarop die abstractie kan staan. Het is de moeite waard te onderzoeken of deze manier van werken een positief effect heeft op het plezier en daarmee ook de betrokkenheid van leerlingen bij wiskunde A.

1.3 Onderzoeksvraag met deelvragen

De Fenomenologie maakt geen scheiding tussen lichaam en geest, maar ziet de mens als geheel. Deze stroming biedt ruimte te onderzoeken hoe men kan leren en welke rol de intuïtie daarin speelt. Betrokkenheid is de mate waarin een leerling actief is bij zijn eigen leerproces. Ik wil onderzoeken of je door intuïtie ook een rol te geven bij wiskunde A op Havo 4, je leerlingen toegang geeft tot datgene wat ze *wel* kunnen. Of ze actiever worden, uitgedaagd om in vertrouwen het proces aan te gaan, waardoor de betrokkenheid kan worden vergroot.

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A Havo 4, in hoeverre bevordert dat de betrokkenheid?

Deelvragen:

Wat is intuïtief leren?

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A Havo 4, in hoeverre beleven leerlingen dan meer plezier aan wiskunde?

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A Havo 4, in hoeverre voelen leerlingen zich beter in staat de wiskunde aan te kunnen?

2.1 Fenomenologie: Wat is dat?

De fenomenologie is een filosofische stroming die het wezen van de waarneming beschrijft, zonder gebruik te maken van vooropgezette kennis, onbevooroordeeld en zuiver benaderd. Edmund Husserl, “de vader van de fenomenologie” hanteert reducties om de essentiële eigenschappen van ervaringen af te leiden, met als doel de onzekere kennis tijdelijk te laten voor wat het is en zich te concentreren op de zekere kennis van datgene dat wordt aanschouwd. De fenomenologische reductie richt zich op de wijze waarop het bewustzijn fenomenen ziet, namelijk als intuïtie, herinnering of oordeel. In Husserls fenomenologie is de vraag of de dingen die we zien, horen, of voelen, echt bestaan, niet fout of onzeker, maar irrelevant en die vragen moeten worden gereduceerd (tussen haakjes gezet worden). De fenomenologie beschrijft de kern van de waarneming (Luft, 2013).

In de fenomenologie van Maurice Merleau-Ponty staat het menselijk lichaam centraal. Het lichaam is niet zomaar een object, net als andere objecten, maar maakt onze ervaringen mogelijk en beperkt hen ook. Het bepaalt onze plaats in de wereld, het perspectief van waaruit men de wereld aanschouwt. Er is een andere afstand tot het lichaam dan tot andere objecten, paradoxaal dat we het lichaam slechts kunnen ervaren via ons eigen lichaam. Merleau-Ponty spreekt van “wij zijn ons lichaam” in plaats van wij bezitten ons lichaam. Lichaam en geest worden niet apart gezien, zoals in de klassieke filosofie. Het lichaam krijgt bij Merleau-Ponty de status van subject en dat is eigenlijk iets heel bijzonders omdat het lichaam juist altijd werd opgevat als object. Als hij het over het lichaam heeft, dan gaat het niet om de biologische zak met cellen, die je dingmatig kunt benaderen. Hij heeft het over het lichaam zoals je het zelf ervaart en beleeft: *le corps vécu*. Dit doorleefde lichaam is niet alleen het lichaam dat je hebt, maar ook het lichaam dat je bent (Merleau-Ponty, 2009).
Op het moment dat ik met mijn rechterhand mijn linkerhand aanraak en betast is de linkerhand het gevoelde object, maar in deze zelfaanraking kunnen we ook juist ervaren dat de gevoelde linkerhand ook voelende is. Dus ik voel mijzelf als voelende, en deze ervaring van jezelf als zintuigelijk subject constitueert het lichamelijke ‘ik’ Door het rationalistisch denken hebben we ons afgekeerd van onze alledaagse wereld in de overtuiging dat onze zintuigen ons niets waardevols leren en dat alleen het streng objectieve weten het waard is om aan vast te houden (Slatman, 2003). In dit onderzoek wil ik naast de feitelijkheid het zintuigelijke ook een plek geven.

Hubert Dreyfus noemt de kennis die wij van de wereld hebben intuïtie. Intuïtie is niet een irrationeel of mystiek proces, maar een vaardigheid. Zoals het waarnemen van een gelijkenis tussen twee gezichten. Mensen kunnen zonder problemen een gezicht herkennen uit een grote groep mensen, maar laat hem eens onder woorden brengen *hoe* dat gezicht eruit ziet, *wat* het onderscheidt van de andere gezichten. Dit soort kennis is niet te expliciteren, het is geen propositionele kennis en de poging deze ‘tacit knowledge’ bijvoorbeeld in te bouwen in een computer is daarmee ook gedoemd te mislukken (Dreyfus & Athanasiou, 1988).
Ons vermogen om de dingen, van fysieke voorwerpen tot abstracte concepten, te begrijpen komt voort uit de manier waarop wij die dingen met ons lichaam en onze hersenen kunnen

waarnemen en manipuleren en ons kunnen bewegen in de interactie met onze leefomgeving (Polanyi, 1967).
Het begrip verticaliteit leren we via onze lichaamshouding. We ervaren de effecten van de zwaartekracht en het kost moeite om rechtop te blijven. We hebben van jongs af aan geleerd om met vallen en opstaan rechtop te blijven. Deze verticale positie heeft ook een metaforische betekenis, het uit balans raken en omvallen betekent angst, onderdanig, terwijl het fier recht over eind weer een gevoel van dominantie geeft (Johnson, 2002).

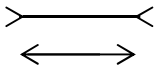
Er is niet *altijd* een scheiding tussen denken en doen. Bij de activiteit lopen hoeven we niet meer na te denken, dat gaat vanzelf, of zoals wel eens wordt genoemd, onderbewust. Maar wat gebeurt er bij gladheid, of als je over een evenwichtsbalk moet lopen? Dan hebben we opeens de gedachten weer nodig om ons te focussen op die activiteit lopen.
Alles wat binnenkomt, komt binnen via het lichaam. Als we kijken zien we met onze ogen, die prikkels worden vertaald in onze hersenen. Alles wat naar buiten gaat, gaat via ons lichaam eruit. We praten erover, of beelden het uit. Denken doe je niet alleen met je brein, maar met het hele lichaam. Wat je met je arm of been doet, is medebepalend voor de manier waarop je waarneemt, denkt en onthoudt. Een bezoek aan de tandarts kun je je beter herinneren als je op de bank gaat liggen met je mond opengesperd. Onze gedachten berusten op metaforen die voortdurend verwijzen naar onze fysieke positie in de ruimte en mogelijke interacties met objecten in de omgeving. Gedrag wordt dus niet door hersenen geproduceerd, maar wordt door hersenen mogelijk gemaakt (Dreyfus & Wrathall, 2006).

Om een voorbeeld te geven van de wind, je kunt deze beschrijven als bewegende luchtdeeltjes. Dat is ook wat de natuurkundigen doen, maar de ervaring van wind zegt iets heel anders. Wind méé is heerlijk, verlichtend, wind tegen voelt als vechten. Twee geheel tegengestelde ervaringen uit een zelfde fenomeen. Deze ervaring wordt in de fenomenologie meegenomen en verankert de ervaring in ons. Ik vraag me af, als je deze methode in de wiskunde toepast, of de wiskunde dan meer gaat leven, beter beklijft en als leuker ervaren.

2.2 Fenomenologie en onderwijs

De wiskunde zelf is abstract, die zou je wellicht best cognitief, de geest los van het lichaam, kunnen beschouwen. Als je wiskunde gaat onderwijzen en vooral aan jongeren, dan wordt de overgang van omgeving via lichaam naar de geest opeens belangrijk, de overdracht. Werken met lichaam en ruimte versterkt het abstracte denkvermogen, doordat je proefondervindelijk ziet hoe iets in elkaar steekt. Al doende leert men! De “goede” leerlingen zien hun theorie bewezen en de “minder goede” leren er juist de theorie mee aan. Ze leren woorden te geven aan abstracte theorieën. Voor beide voorbeelden geldt dat het tactiele beter beklijft dan een som op papier en dat een som op papier weer doeltreffend is na een handoefening (TEDx Talks, 2015).

Hoe abstract de wiskunde ook kan zijn, we moeten niet negeren dat de gebruikte symbolen, zolang deze nog niet verankerd zijn, verschillend ervaren kunnen worden. Hier staan twee lijnen getekend. De bovenste lijn *lijkt* langer, maar *is* het niet.



Als de lijn langer lijkt, waarom is hij dan ook niet langer? Volgens de wiskundige afspraken zijn ze even lang. Je kunt ze namelijk nameten en dan blijken ze even lang. Toch zijn *ook* de wiskundige afspraken maar relatieve begrippen. Wat is werkelijkheid? Daar kun je over discussiëren. Volgens de logica is er geen werkelijkheid, maar de lichamelijke werkelijkheid is eenduidig, die kun je niet weg redeneren. Op het moment dat je jezelf in je vinger snijdt, dan is er geen twijfel over de werkelijkheid van jezelf. Het is volkomen duidelijk waar dit is. Daar waar je over de lengte van het lijnstuk kunt discussiëren, is dit bij het lijfelijk betrokken zijn niet aan de orde.

Er is een gradiënt van de werkelijkheid tussen iets wat je aangaat of iets wat je minder aangaat. Toename van de intensiteit van de beleving maakt een werkelijkheid feitelijker. Niet alleen sociale of lichamelijke ervaringen kunnen *meer* werkelijk zijn, ook het abstracte, of een formule kan *meer* werkelijk zijn. Voor *meer* werkelijk zou je ook, meer betrokken kunnen lezen. Neem de wiskundige Andrew Wiles, die in 1993 de stelling van Fermat zou hebben bewezen (*Fermat’s last Theorem*, BBC, 1996). Hij beschrijft, tot tranen geroerd over het moment waarop hij het bewijs van de stelling heeft gevonden: “Suddenly I had this revelation”. Zijn levenswerk *is* die stelling van Fermat, een formule bewijzen en krijgt daarmee eenzelfde werkelijkheid als een lichamelijke. Vergelijkbaar met een concrete emotie als boosheid of pijn, waardoor hij in die ontroering kan schieten op het moment dat hij over zijn bewijs vertelt.

Om terug te grijpen op het voorbeeld van de wind. De natuurwetenschap heeft de wind beschreven en bijbehorende formules opgesteld. Het waardevolle van deze wetenschap is dat het een voorspellende kracht heeft, men kan ermee berekenen hoe een toekomstige situatie zal zijn. Luchtdeeltjes zijn onzichtbaar, toch kent iedereen de wind. Deze ervaring wordt echter niet meegenomen in de natuurkundige verklaring. Dit maakt dat de formule

voor de meeste mensen nietszeggend is. Alleen degene die betrokken is, die weet hoe de luchtdeeltjes bewegen, kan er zich een voorstelling van maken.

In de wiskunde op het Voortgezet onderwijs wordt ook gebruikt gemaakt van formules. Deze worden vaak aan een praktische, herkenbare situatie gekoppeld. De ervaring wordt echter ook hier buiten beschouwing gelaten. Mijn veronderstelling is dat leerlingen daarom ook niet betrokken zijn. Een toegevoegde praktische situatie alleen, is niet voldoende om leerlingen betrokken te krijgen. Pas als het de leerling *echt* aangaat, raakt deze betrokken en gemotiveerd.

De literatuur legt een duidelijk verband tussen het *doen* en het *denken*. Maurice Merleau-Ponty van de eerste generatie fenomenologen is in staat het dualisme tussen lichaam en geest naast zich neer te leggen en naar het lichaam als geheel te kijken. Leren gebeurt niet alleen met het hoofd, maar met het lichaam als geheel (Merleau-Ponty, 2003).

Vergelijkbaar met de wind kun je een ervaring als uitgangspunt van een te leren onderwerp kiezen. Neem de golven die ontstaan als je een steen in een plas water gooit. Het lijkt alsof de golven in een steeds groter wordende cirkel van het middelpunt af drijven. Dit fenomeen kun je vanuit de situatie naar de wetenschap beschrijven / verklaren door vragen te stellen aan leerlingen. Stel je plaatst een dobber in het middel, welke beweging maakt die? Hoe komt het dat de golf steeds meer uit dempt? Kun je daar een grafiek van tekenen? Je kunt eindigen met de vraag: “Welke standaardvorm denk je dat een beschrijvende formule heeft?” De leerling heeft zich eerst in het onderwerp verdiept, door zijn eigen ervaring ervan te beschrijven, pas daarna is de wiskunde eraan gekoppeld.

Leerlingen en vaak ook (juist) hun ouders zien op tegen het abstractieniveau van wiskunde. Er is zelfs onderzoek gedaan naar wiskunde-angst (Kelder, 2020). Sommige leerlingen proberen zich daarmee uiteen te zetten door veel te oefenen, anderen gaan het niet aan en geloven dat je het kunt snappen of niet, maar daar geen invloed op uit kunt oefenen, een fixed mindset. Vreemd genoeg is er geen onderzoek naar aardrijkskunde-angst, of Duits-angst. Deze vooraanname werkt belemmerend bij de motivatie en daarmee samenhangend het plezier dat leerlingen aan wiskunde beleven. Ik wil onderzoeken dat als je leerlingen eerst een fenomeen laat beschrijven en pas daarna de wiskunde toevoegt, of je daarmee de drempel naar het abstracte verlaagt en daarmee de angst. Ik noem dit intuïtieve wiskunde.

Jongens experimenteren, proberen iets uit en kijken waar het misgaat, daarvan leren ze. Jongens hebben meer moeite met de taligheid dan meisjes en ze zijn gemotiveerder voor kortere taken dan lange, willen snel resultaat (Martens, 2017). Het voortgezet onderwijs houdt onvoldoende rekening met de verschillen tussen jongens en meisjes. Door onderzoekend te leren, intuïtief, sluit je beter aan bij de belevingswereld van jongens (Maréchal-van Dijken, De Loor, Vliegenthart & Sanders, 2012).

2.3 Betrokkenheid

In de literatuur wordt onderscheid gemaakt tussen drie vormen van betrokkenheid in het onderwijs: gedragsmatige, emotionele en cognitieve betrokkenheid. Met gedragsmatige betrokkenheid wordt de aanwezigheid van een leerling aangegeven en of hij geconcentreerd aan het werk is tijdens een les. Met emotionele betrokkenheid of een leerling met plezier aan het werk is, verbonden is met school, zich daar goed voelt. Bij cognitieve betrokkenheid wordt gekeken of een leerling mentaal bereid is een taak aan te gaan, of hij er vertrouwen in heeft die taak aan te kunnen. Monique Volman beschrijft dat betere leerprestaties en leeropbrengsten op dit moment worden gezien als dé uitdaging voor het onderwijs. Door alleen te denken aan de prestatie, de hoogste score lopen we het risico een generatie te creëren met een gebrek aan betrokkenheid. Niet alleen kennis is belangrijk, maar vooral wat je ermee kunt betekenen maakt dat een mens betrokken raakt. Een eenzijdige nadruk op niveau en score trekt de aandacht weg bij wat niet in toetsen tot uitdrukking komt, zoals creativiteit, doorzettingsvermogen, zelfstandigheid, nieuwsgierigheid, maar wat wel belangrijk is. Leerlingen voorbereiden op een citotoets of eindexamen is didactisch geen sterke keuze en genereert betekenisloze kennis die vergeten wordt voordat deze in het echte leven toegepast kan worden (Volman, 2011).

Bij de lijfelijke (fenomenologische) betrokkenheid kijken we naar de afstand tussen subject en object, tussen de aanschouwer en het aanschouwde. Deze afstand kan worden verkleind door de relatie met de wereld om ons heen mee te nemen. Deze afstand hoeft niet letterlijk lijfelijk ervaren te worden, maar we moeten ermee verbonden zijn. Zoals men in een roman met enkel woorden een gevoel kan oproepen, waarbij de afstand zo klein kan zijn dat we ons in die wereld wanen. Het is meer dan de feitelijke beschrijving die in de roman gedaan wordt. Door vanuit de wereld te vertrekken en pas later te expliciteren kan de wiskunde vloeiend overgaan naar de abstractie, betrokkenheid bij betekenisvol èn betekenisloos.

Bij reflecteren of het beschouwelijke is er altijd sprake van distantie, men positioneert zich *juist* ten opzichte van het beschouwde, neemt afstand. Bij een wiskundig bewijs, of een natuurkundig fenomeen, wordt de wereld geëxpliciteerd, geabstraheerd om zodoende te veralgemeniseren. De wereld van de lijfelijkheid is veel omvangrijker, door de relatie met de wereld eromheen mee te nemen. In beide vormen kan er sprake zijn van betrokkenheid. Ook abstracte wiskunde kent een schoonheid en men kan betrokken zijn het bewijs te leveren. Voorwaarde hiervoor is dat men de taal reeds kent. In dit onderzoek wil ik de leerling eerst confronteren met de wereld, een wereld die ze kennen, die ze kunnen duiden en pas daarna met de wiskunde. Zodoende leren ze dat de wiskunde deel uitmaakt van die wereld, verankerd is. Een holistische benadering die kan leiden tot een later expliciteren (Schmitz, 1972).

2.4 Wat is intuïtief leren? De ontwerpeisen.

Intuïtieve wiskunde is het intuïtief leren van wiskunde en wordt hier als volgt gedefinieerd. Intuïtief leren is leren zonder de te leren kennis in eerste instantie expliciet te maken. Het gaat over het moment waarop het onderbewuste onder de aandacht wordt gebracht, lijfelijk ervaren, zoals dat in een herkenbare situatie is en omgezet in bewuste kennis, waarin de wiskunde een plaats krijgt. Zoals bijvoorbeeld een slinger, vrijwel iedereen herkent het fenomeen vanuit de kinderlijke ervaring op de schommel, maar heeft men zich er nooit concrete vragen over gesteld. Op het moment dat men er preciezer naar gaat kijken, dan wordt de intuïtieve kennis omgezet in geëxpliciteerde.

Intuïtief leren kun je onderscheiden in drie fasen. De eerste betreft de intuïtieve fase, men grijpt terug naar een herkenbare ervaring. Deze ervaring is altijd groter dan de volgende geëxpliciteerde fase. Tijdens het schommelen herkent men de beweging, hoe hoog of hoe snel, maar er is ook het gevoel in je onderbuik. De hoogte of snelheid is terug te vinden in een wiskundige formule, maar het gevoel in de onderbuik niet. We expliciteren slechts een deel van de hele ervaring. In de tweede fase wordt de intuïtieve fase onder woorden gebracht en grondig bestudeerd. In de laatste fase kunnen deze gegevens in verband worden gebracht, soms letterlijk in de vorm van een formule, met de wiskunde. Op deze manier veranker je de abstracte wiskunde met een fenomeen waar je al mee bekend bent en verlaag je daarmee ook die abstractie.

Samenvattend beschrijf ik intuïtieve wiskunde in drie fasen:

1. De intuïtieve fase: De leerling wordt in contact gebracht met een ervaring of fenomeen.
2. Het grondig bestuderen en onder woorden brengen van de ervaring. Deze fase is zo breed mogelijk en biedt ruimte aan zowel het gevoel als de geëxpliciteerde kennis.
3. De geëxpliciteerde fase: De ervaring wordt in verband gebracht met de wiskunde.

3.1 Product 1- Grafieken bij standaardformules

Leerlingen kun je leren hoe ze een Grafische Rekenmachine moeten bedienen, maar ze vinden het lastig om een juist window te kiezen waarop de essentie van de grafiek te zien is. Dit komt omdat ze onvoldoende kennis hebben van de basisvorm van wiskundige formules. Leerlingen hebben vorig jaar een achterstand opgelopen i.v.m. online lessen vanwege het Corona virus. Het is daarom aan te bevelen extra zorg aan de voorkennis te besteden (Kirschner, Claessens & Raaijmakers, 2018).

Zoals beschreven in de theorie wil ik onderzoeken dat als je de fenomenologische ervaring toevoegt aan een situatie en vervolgens daar de wiskunde aan koppelt of leerlingen meer betrokken raken. Of dit wiskunde leuker voor hen maakt en of ze voelen dat ze beter in staat zijn de wiskunde aan te kunnen.

Bij de vijf standaardformules, te weten; lineaire -, kwadratische -, derdemacht -, wortel - en exponentiele formules, wordt een realistische situatie gegeven. Ik laat leerlingen in groepjes de fenomenologische ervaring daarbij beschrijven aan de hand van vragen op een werkblad. (zie Bijlage: Product 1) Hen wordt gevraagd deze situatie onder woorden te brengen en te vertalen naar een grafiek, waarbij er aandacht besteed wordt aan de essentie (recht/gebogen, steil/vlak, max/min, snijpunten y- en x-as, etc.) van de grafiek. Vervolgens wordt gevraagd de bijbehorende standaard formule te benoemen. Zo beschrijven leerlingen bij een kwadratische formule hoe een bal door de lucht beweegt als je hem wegschopt. Ook krijgen ze een zachte bal erbij, waarmee ze de ervaring kunnen nabootsen. Klassikaal wordt besproken welke grafieken en formules horen bij de vijf gegeven situaties.

Evaluatie van product 1

Product 1 is afgenomen bij twee kleine groepen wiskunde A, Havo 4. Er werd veel gediscussieerd over de voorgedragen situaties. Leerlingen wisten de belangrijkste kenmerken van een situatie boven te halen en aan te wijzen in de bijbehorende grafieken.

In de les zie ik leerlingen de grafieken uitbeelden met handen en voeten. De bal wordt herhaaldelijk in de lucht gegooid, leerlingen kijken wat er precies bovenin gebeurt en benoemen dat de bal wel stil lijkt te hangen.

Aan het einde van de les is er een gevalideerde vragenlijst afgenomen (zie Bijlage dataverzameling Product 1). Vanuit de drie onderzoeksvragen heb ik negen vragen geformuleerd met een Likert-schaal van vijf. Leerlingen noteerden vooraf de realistische situatie waarmee ze in de les hebben gewerkt. Ik heb de vragen wisselend positief of negatief gesteld.

Wat is intuïtief leren?

Ik was bekend met het onderwerp van mijn activiteit.
Ik vond het moeilijk om over het onderwerp* van de activiteit na te denken.
Door over mijn onderwerp na te denken, kon ik de grafiek beter begrijpen.

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre beleven leerlingen dan meer plezier aan wiskunde?

Ik vond deze activiteit erg leuk om te doen.
Ik zou meer van deze activiteiten in de les willen doen.
Ik vind opgaven uit het boek leuker om te doen dan de activiteit over grafieken

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre voelen leerlingen zich beter in staat de wiskunde aan te kunnen?

Ik kon de activiteit gemakkelijk terugkoppelen aan de wiskundige formule.
Ik begreep de wiskunde na de activiteit beter dan ervoor.
Ik onthoud een wiskundige formule beter als ik het aan een ervaring kan koppelen

Ongeveer 75% van de leerlingen geeft aan vaker dit soort lessen te willen hebben, waarbij 65% aangeeft het leuker te vinden dan opgaven uit het boek. 80% geeft aan dat ze de wiskunde hierdoor beter hebben begrepen. In gesprekken met leerlingen komt naar voren dat ze hun eigen onderdeel beter hebben onthouden dan die van de klasgenoten.

Een verbetering voor het volgende product kan zijn leerlingen allemaal met hetzelfde onderwerp te laten werken, op hun eigen manier. Zo kunnen ze de analyse van een andere groep wél volgen en aanvullen met hun eigen bevindingen. Opdrachten met de bal of slinger, met materiaal dus, spreken meer tot de verbeelding. Hieruit volgt een voornemen om het volgende product met materiaal vorm te geven. Dit sluit zowel aan bij de theorie van Mark Johnson en Maurice Merleau-Ponty als bij Embodied learning. Lichaamsactiviteit kan een positieve bijdrage leveren aan het genereren van leren. Alibali en Nathan beargumenteren dat het (hele) lichaam is betrokken bij het denken en spreken. De wiskundige cognitie is belichaamd in twee belangrijke betekenissen. Het is gebaseerd op waarneming en actie en op de fysieke omgeving (Alibali & Nathan, 2012). Werken met lichaam en ruimte versterkt het abstracte denkvermogen, doordat je proefondervindelijk ziet hoe iets in elkaar steekt. Aan de Embodied instrumentation van Drijvers ligt ook de belichaamde kennis ten grondslag. Hij benoemt dat de rol van waarneming en motorische activiteit in het wiskundeonderwijs vaak vergeten of verwaarloosd is (Drijvers, 2020). Het is de vraag of we het leren van wiskunde kunnen bevorderen door deze activiteiten weer meer plaats te geven.

Het introduceren van een ervaring of fenomeen genereert in dit eerste product meer plezier in de wiskundelessen en leerlingen geven aan beter in staat te zijn de wiskunde aan te kunnen. In het tweede en derde product wordt onderzocht wat het effect is van de

belichaamde kennis, waar lichaam en geest beiden een rol krijgen door leerlingen de theorie lijfelijk, met materiaal te laten onderzoeken (Lindgren & Johnson-Glenberg, 2013).

3.2 Product 2 – Bord van Galton

De tweede les behandelt het leerdoel “Ik ken de verschillende verdelingskrommen en hun bijbehorende kenmerken (uniform, links- en rechtsscheef, meertoppig en symmetrisch)”. Leerlingen hebben vaak geen helder beeld van de verschillende soorten verdelingen. Het begrip is te abstract en te veelomvattend voor ze. Ze leren de verdelingskromme bij de termen, maar kunnen niet met eigen voorbeelden komen. Door leerlingen te laten werken met het bord van Galton, hoop ik de verschillende verdelingen tastbaar te maken.

Tijdens de instructie over de verschillende verdelingen (symmetrisch, meertoppig, etc.) staat het bord van Galton naast me op een tafel. Zonder van te voren uit te leggen hoe het werkt gooi ik de papieren balletjes in het bord. Ik start een onderwijsleergesprek over de verschillende verdelingskrommen. Waarbij de volgende vragen aan bod kunnen komen:

- Waarom komen de meeste knikkers in het midden?
- Welke knikker is de mediaan?
- Waar is de modus?
- Waar komen normale verdelingen voor?
- Wat zou je zien bij een grote standaardafwijking?
- Hoe zou je met deze bak een rechts-scheve verdeling kunnen krijgen?
- Etc.

Ik geef na het gesprek ruimte aan leerlingen om zelf met het bord te werken en daag ze uit om andere verdelingen dan de normale te laten verschijnen. (zie Product 2)

Evaluatie van product 2

Tijdens een korte instructie over verschillende verdelingskrommen gooi ik balletjes in het bord van Galton. Ik heb expres geen knikkers, maar papieren balletjes genomen, met een meer vriendelijk geluid. Opmerkelijk dat de klas meteen stil wordt. Het beeld van het springende balletje, dat zijn weg zoekt naar één van de verzamelbakjes spreekt aan. In eerste instantie proberen leerlingen te voorspellen waar het balletje terecht komt, ze worden enthousiast. Het verloop van een verdeling is niet te voorspellen en dus komt de discussie op gang op welke verdeling het nu lijkt. De voorbeelden staan op het bord geprojecteerd en kunnen dus benoemd worden. Er ontstaat een ontspannen gesprek, waar leerlingen betrokken ogen. Even was de verdeling tweetoppig, maar toch eindigen ze allemaal min of meer symmetrisch verdeeld. Leerlingen vragen of zij het ook mogen proberen, natuurlijk. Het geeft een nieuwe kijk op het geheel, alsof ik in staat was geweest het te manipuleren. Ook na de "les" zijn andere groepen ermee aan de slag gegaan. Proberen om de bak scheef te houden, om er veel balletjes tegelijk in te gooien, experimenterend

Het feit dat je de balletjes kunt zien, kunt horen, dat het langzaam gaat en dat je mee kunt doen maakt een enorm verschil en bevestigt mijn vermoeden dat materiaal gebruik en het zelf kunnen doen in de klas van wezenlijk belang is om kennis te verankeren.

Ik heb na product 3 een enquête afgenomen over product 2 én 3. Ik wil bevragen of de kennis verankerd is, dat kan niet dezelfde les, daar moet tijd overheen. Ook ga ik bestuderen of mijn groep significant anders scoort op het aankomend SE bij deze onderwerpen, dan die van mijn collega.

In gesprekken met leerlingen komt naar boven dat ze het in ieder geval leuk vonden. Ze geven aan daarna meer zin in het maken van opdrachten te hebben dan anders. Het is niet vastgesteld of ze er nu beter in waren.

Het is een mooi product vóór de aankomende betrouwbaarheidsintervallen. Bij product 3 verwacht ik dat ook daar de vertraging zal helpen in het begrip. Dat het werken met materiaal meer betrokkenheid en plezier genereert. Dat leerlingen door de stenen te ordenen en wegen, meer inzicht krijgen in hun verdeling en genomen steekproef.

3.3 Product 3 - Kiezelstenen

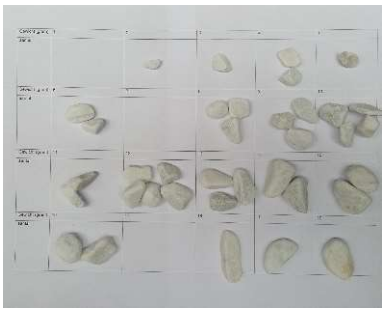
De derde les is meteen na de tweede afgenomen en behandelt het leerdoel “Ik kan data analyseren en kenmerken van een verdeling beschrijven. Ik leer wat betrouwbaarheidsintervallen zijn en hoe je daarmee kunt rekenen.” Leerlingen kunnen berekeningen goed uitvoeren, maar weten vaak niet wat de betekenis ervan is. Voorbeelden hiervan zijn de standaardafwijking, steekproefproportie en betrouwbaarheidsintervallen. Door leerlingen te laten werken met materiaal in de vorm van kiezels, waaruit ze zelf een steekproef nemen en analyseren, hoop ik de begrippen te verankeren.

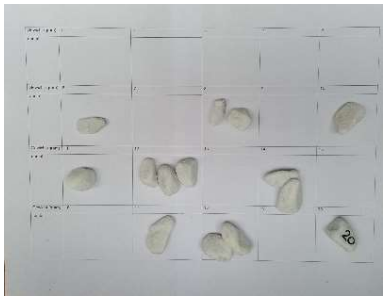
Als ik de les begin staat er voor me een grote bak met kiezelstenen. Op de tafels van leerlingen staan weegschaaltjes, plastic bakjes en een A3 met daarop gewichtsklassen. Na een korte instructie over steekproeven en betrouwbaarheidsintervallen nodig ik leerlingen uit hun steekproef stenen te nemen. Ze komen één voor één naar voren, er worden geen tips gegeven over hoe die het beste genomen kan worden. Leerlingen kunnen wel zien wat de eerste groep doet en daarop anticiperen. Vervolgens wordt hen gevraagd de steekproef te analyseren op gewicht. Wat is het gemiddelde gewicht, hoeveel stenen zijn gepakt? Hoe is de steekproef verdeeld, zijn er veel zware of lichte stenen, of gelijk verdeeld? Op de A3 bladen worden de stenen gecategoriseerd naar gewicht en ik loop langs de groepjes om daar het gesprek over aan te gaan. Ik stel vragen over hoe de stenen verdeeld zijn en hoe ze de steekproef hebben genomen.
Op het werkblad (zie Bijlage Product 3) noteren leerlingen hun betrouwbaarheidsinterval voor de steekproefproportie. Vervolgens wordt deze ook ingetekend op de projectie van de verdeling van de totale populatie kiezelstenen. (zie Bijlage Product 3) Als laatste wordt dit beeld besproken.

Evaluatie van product 3

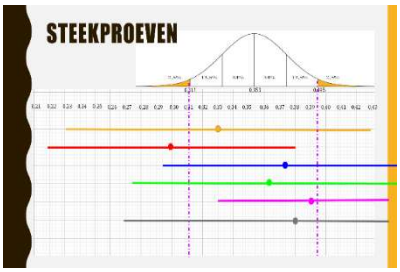
De grote bak met kiezels (20Kg) staat vooraan in de klas Na de uitleg geven leerlingen aan het begrip betrouwbaarheidsinterval nog niet helemaal te begrijpen. Ik heb dat niet verder uitgelegd, maar hen aan het werkblad laten werken. Het valt op dat leerlingen snel na de instructie naar voren komen om hun steekproef te nemen. Er ontstaan gesprekjes over hoeveel stenen hebben jullie dan? Die van ons zijn veel groter! Leerlingen beginnen met het ordenen van de stenen. Doordat de verdeling ook visueel is in zowel aantal stenen als gewicht, krijgen de gesprekken over steekproeven meer diepgang. De groepen vergelijken hun eigen steekproef met die van andere groepen en benoemen de verschillende verdelingen zoals ook behandeld bij de tweede les. Leerlingen hebben het werkblad ingevuld en de

steekproefproportie, de standaardafwijking en het 95% BI uitgerekend, deze zijn op het bord ingetekend





Hier komt naar voren dat klassikaal gezien de intervallen groter zijn dan die van de gehele populatie stenen. Een te kleine steekproef kan hieraan ten grondslag liggen. Ook zijn de steekproefproporties relatief hoog. Doordat kleine stenen naar beneden zakken, zijn er relatief veel grote stenen gepakt. Hierna is een opdracht uit het boek klassikaal behandeld. Het betrouwbaarheidsinterval kwam voor mijn gevoel beter uit de verf dan voorgaande jaren, doordat ik terug kon pakken op de opgedane ervaring met steekproeven.



Samenvattend zag ik dat leerlingen plezier hadden in de les. Ze waren ontspannen en kregen de tijd om het materiaal en de eraan gekoppelde wiskunde te verkennen. Die extra ervaring heeft bijgedragen aan het begrip van leerlingen en de drempel verlaagd de wiskunde met betrokkenheid aan te gaan.

Het is de moeite waard te onderzoeken of de kennis ook verankerd is. Ik wil een enquête afnemen na het schoolexamen. Hierin bevragen welke leerdoelen behandeld zijn en of de leerling zich beter in staat voelde de wiskunde aan te kunnen. Vervolgens kan ik de resultaten van het SE vergelijken met de parallelklas van mijn collega.
(zie 4 Dataverzameling en – analyse)

3.4 Product 4 – Kaartspel

De vierde les behandelt het leerdoel “Ik kan verschillende soorten telproblemen oplossen passend bij de context. Ik ken de begrippen permutatie, faculteit en combinatie, weet wanneer ik die moet toepassen en hoe ik ze moet uitrekenen, ook met behulp van GR.”

Leerlingen halen de begrippen permutatie en combinatie geregeld door elkaar. Ook vinden ze opdrachten verwarrend met cijfercodes die groter of kleiner dan een bepaalde waarde moeten zijn. Het verschil tussen aantal (frequentie) en getalwaarde speelt daarbij een rol. Door leerlingen te laten werken met materiaal in de vorm van een kaartspel, hoop ik de begrippen permutatie en combinatie te verankeren.

Ik laat voor de les begint een filmpje zien als appetizer. (Stephen Fry performs a permutations and combinations trick involved with a deck of cards (Funstufffella, 2012) In een instructie worden de begrippen faculteit, Permutatie en Combinatie kort toegelicht. Vervolgens maken leerlingen het werkblad in groepjes van drie. (zie Bijlage Product 4) Hierbij onderzoeken ze hoeveel combinaties er zijn van 3 kaarten uit vier en hoeveel permutaties er zijn van drie kaarten. Er wordt benadrukt dat bij kaartspelen de volgorde een rol kan spelen, zoals bij Toepen, alleen de laatste slag is daar van belang!

Besproken wordt welke combinaties en permutaties gevonden zijn. De begrippen licht ik daarna nog eens toe, vervolgens twee opdrachten uit het boek maken. Bij het behandelen van de opdrachten gebruik ik kaarten voorzien van een magneetstrip die op het bord plakken. Een cijfer op een kaart heeft een andere betekenis voor leerlingen dan een geschreven cijfer op het bord, waardoor ik het verschil tussen een cijfer en de frequentie probeer duidelijk te maken.

Wie wil kan de les eindigen met een potje Toepen…

Evaluatie product 4

Er is een instructie gegeven over telproblemen met en zonder herhalen en met en zonder volgorde. Vervolgens zijn de leerlingen in breakout-rooms geplaatst en gevraagd een werkblad in te vullen met behulp van hun kaartspel. De les was opgebouwd vanuit de drie fasen van Intuïtieve wiskunde. Leerlingen kregen de ervaring van een kaartspel gegeven, zoals Toepen, waar de volgorde wel of niet belangrijk is. Deze les verliep stroever dan bij een fysieke les. Leerlingen zien niet wat de ander doet, er is geen interactie. Zoals Ryan en Patrick beschrijven in “*The classroom social environment and changes in adolescents’ motivation and engagement during middle school*.” speelt de sociale omgeving een significante rol bij de motivatie en betrokkenheid van leerlingen (Marzano,

2017). Daar waar ze in een fysieke omgeving kijken naar elkaar, leren van elkaar, enthousiast worden van elkaar is een online omgeving opgeknipt in losse stukken. Het is juist de gedeelde ervaring die ik opzoek bij Intuïtieve wiskunde en die ontbrak.

Deze les was vergelijkbaar met een standaard les, waarin een leerdoel beschreven wordt, eventueel aangevuld met praktijkvoorbeelden en opdrachten uit het boek. De les was opgebouwd vanuit mijn ontwerpregels. De te leren kennis heb ik in eerste instantie niet expliciet gemaakt. Ik heb leerlingen de ervaring van een kaartspel, zoals Toepen, gegeven waar de volgorde wel of niet belangrijk is. Vervolgens zijn ze met een stok kaarten als materiaal gaan onderzoeken hoeveel permutaties of combinaties er zijn. Als laatste hebben we deze kennis veralgemeniseerd (geëxpliciteerd) in de wiskunde.

Vermoedelijk dat in een fysieke les het gekozen materiaal een extra dimensie zou hebben gegeven, online was dit niet het geval. Ook al zie je de leerlingen in kleine schermpjes, je voelt niet wat er speelt. Je hoort niet of ze het hebben begrepen, hoort geen onrust of enthousiasme. In onderwijs zijn alle zintuigen van belang, zij liggen ten grondslag aan de ervaring die we samen delen. Door deze los te knippen en terug te brengen naar alleen audio, tekst of film verlies je de diepgang.

4 Dataverzameling en – analyse

Na het schoolexamen zijn de resultaten vergeleken met de parallelklas. Het onderzoeksdoel is in eerste instantie niet om scores te verbeteren. Het is echter te verwachten dat als leerlingen meer betrokken zijn, hun resultaten verbeteren (Conley & French, 2013).

Vanuit het schoolexamen heb ik een aantal opgaven geselecteerd die direct verband houden met de producten 2 en 3, vragen over verdelingen, steekproeven en betrouwbaarheidsintervallen. De behaalde scores van deze vragen heb ik vergeleken met de parallelklas 4h2a van mijn collega. (zie Bijlage: Scores SE) Hierbij heb ik de effectgrootte berekend a.d.h.v. Cohen's "d"(Cohen, 1992).

Bij de meeste vragen is er slechts een klein effect, alleen vraag 18 en 19 hebben een middelgroot tot zeer groot negatief effect. Deze vragen gingen over het betrouwbaarheidsinterval. Navraag bij mijn collega levert op dat zij geen uitval heeft gehad voor de kerstvakantie, i.t.t. tot mijn klassen. Klas 4h1a heeft twee weken uitval gehad i.v.m. een studiedag en de lockdown voor kerst. Zij hebben na de uitvoering van product 3 vier weken geen les gehad, vervolgens nog twee weken online les voor het SE, klas 4h3a heeft één week gemist voor de kerst. Ook geeft mijn collega aan extra aandacht besteed te hebben aan betrouwbaarheidsintervallen door drie lessen gerichte opdrachten te maken.

opgave		13	14	15	16	17	18	19	25
max score		2	1	2	3	3	4	3	1
4h1a	gem.	1,313	0,5	1,125	2,125	2,125	0,438	0,438	0,438
16	standafw.	0,682	0,516	0,696	0,927	1,269	0,933	0,788	0,496
4h3a	gem.	1,235	0,647	0,882	2,294	2,471	1,647	0,824	0,471
17	standafw.	0,807	0,478	0,758	0,824	0,696	1,532	1,15	0,5
4h2a	gem.	1,3	0,481	0,926	2,519	2,3	2,536	1,556	0,26
27	standafw.	0,761	0,51	0,9	0,833	1,05	1,614	1,315	0,438
verg 1-2	d	0,02	0,04	0,25	-0,45	-0,15	-1,65	-1,06	0,38
verg 3-2	d	-0,08	0,34	-0,05	-0,27	0,20	-0,57	-0,59	0,45

d	omschrijving
>= 1,3	zeer groot effect
0,8 - 1,29	groot effect
0,5 - 0,79	middelgroot effect
0,2-0,49	klein effect
-0,19 - 0,19	geen of verwaarloosbaar effect
-0,49 - -0,2	klein negatief effect
-0,79 - -0,5	middelgroot negatief effect
-1,29 - -0,8	groot negatief effect
<= -1,3	zeer groot negatief effect

4h1a (16)	gem. 5,6
4h3a (17)	gem. 6,4
4h2a (27)	gem. 6,2

Als ik het gehele SE vergelijk dan scoort 4h1a aanzienlijk lager gemiddeld: 5,6 versus 6,2 en 6,4. Dit is ook de klas met de meeste lesuitval, daarbij scoorde deze klas gemiddeld ook lager bij het voorgaande SE (5,4 versus 5,9).

Concluderend hebben les 2 en 3 weinig effect gehad op de scores van het bijbehorende schoolexamen. Zeker op de korte termijn heeft gericht oefenen een positief effect op de score.

Belangrijker is het te onderzoeken of de leerlingen er meer plezier in hebben gehad en of ze zich beter in staat voelden de bijbehorende wiskunde aan te gaan. Hiervoor heb ik na het SE een enquête bij de leerlingen afgenomen met de volgende open vragen:

1. Wat vond je van de les waar we stenen hebben gebruikt en/of de les met de bak waar we balletjes in gooiden?
2. Waar ging de les met de stenen over?
3. Waar ging de les met de bak waar we balletjes in gooiden over?
4. Had je van te voren het gevoel dat je het SE goed ging maken?

Bij de eerste vraag heb ik de termen bewust vaag gehouden, om te voorkomen dat ik de leerdoelen al zou benoemen. Leerlingen geven aan het een leuke les te hebben gevonden, afwisselend en leerzaam.

Bij de tweede en derde vraag weet gemiddeld 70% het leerdoel ongeveer te benoemen, maar zeker niet precies. Het leerdoel van les 3 was: “Ik leer wat betrouwbaarheidsintervallen zijn en hoe je daarmee kunt rekenen.“ Het leerdoel van les 2: ” Ik ken de verschillende verdelingskrommen en hun bijbehorende kenmerken (uniform, links- en rechtsscheef, meertoppig en symmetrisch)”. Sommige leerlingen halen de leerdoelen per les door elkaar. Toch ben ik tevreden over de antwoorden. Als ik verwezen had naar de eerste of laatste les van het hoofdstuk, waarbij ik alleen het boek gebruikt zou hebben, dan denk ik niet dat leerlingen weten waar dat over ging. Om dit zeker te weten zijn leerlingen geënquêteerd over het leerdoel van de eerste les na de toets week. De ontvangen antwoorden variëren van “Iets met kansen” tot aan “over wiskunde”. Daar benoemt slechts 25% van de leerlingen ongeveer het leerdoel. (zie Bijlage dataverzameling Eerste les na SE)

De meeste leerlingen verwachten het schoolonderzoek goed te gaan maken. Door de open vraagstelling zijn de antwoorden vaak summier, waardoor het lastig is hier een waarde aan toe te kennen. (zie Bijlage dataverzameling Product 2 en 3)

Concluderend; de lessen worden zeker positief ontvangen en leerlingen kunnen zes weken nadien nog ongeveer het leerdoel benoemen. Het is minder duidelijk of ze zich beter in staat voelden de wiskunde aan te kunnen.

Een verbetering zou zijn niet de gehele enquête open te bevragen. Ik heb geprobeerd leerlingen niet te sturen, maar door ook een schaal toe te kennen worden de cijfers beter leesbaar.

5 Conclusies en aanbevelingen

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre bevordert dat de betrokkenheid?

Plezier, zelfvertrouwen en motivatie zijn wederkerig verbonden en houden alle drie verband met de betrokkenheid van de leerling. Een fenomenologische benadering van onderwijzen biedt ruimte aan een wereld die er óók is. Leren gebeurt niet alleen met het hoofd, maar met het lichaam als geheel (Merleau-Ponty, 2003). Door vanuit de ervaring te vertrekken en pas later te expliciteren, wordt de afstand verkleind en kan de wiskunde vloeiend overgaan in de abstractie. De betrokkenheid wordt vergroot door de wereld eromheen mee te nemen, intuïtie krijgt een plaats in het onderwijs (Schmitz, 1972). Bij de les over grafieken en standaardformules viel het op dat er veel gediscussieerd werd. Leerlingen bootsten de grafieken na met hun handen voordat deze op papier werd gezet, een extra ervaring. Bij het bord van Galton werden de leerlingen stil en namen zelf initiatief om te onderzoeken, werden nieuwsgierig. De les met kiezelstenen zorgde ervoor dat leerlingen hun eigen steekproeven onder handen kregen. Het wegen van de stenen, het visueel maken van hun verdeling, het vergelijken met de andere steekproeven in de klas maakte de abstracte betrouwbaarheidsintervallen concreet. De vertraging, verdieping in het materiaal maakt dat leerlingen zich de lesstof langer herinneren.

Dit onderzoek laat zien dat leerlingen meer betrokken zijn als ook de intuïtie aangesproken wordt . Aanleiding voor dit onderzoek was dat leerlingen niet geïnteresseerd waren, maar plichtsgetrouw huiswerk maakten. Met name de nieuwsgierigheid, en lijfelijke betrokkenheid is sterker dan in een les met alleen opgaven uit het boek.

Kennis wordt nog voornamelijk getoetst door leerlingen individueel schriftelijke opdrachten te laten maken. Het is verleidelijk leerlingen op korte termijn veel opdrachten te laten oefenen en zo de resultaten te verbeteren. Een eenzijdige nadruk op niveau trekt de aandacht weg van wat niet in toetsen tot uitdrukking komt, zoals zelfstandigheid en nieuwsgierigheid (Volman, 2011). Het is aan te bevelen ook toetsing fenomenologisch te benaderen, waarbij er ook aandacht is voor de werkelijkheid zoals die beleefd wordt.

Wat is intuïtief leren?

Intuïtief leren is leren zonder de te leren kennis in eerste instantie expliciet te maken. Het gaat over het moment waarop het onderbewuste onder de aandacht wordt gebracht, lijfelijk ervaren, zoals dat in een herkenbare situatie is en omgezet in bewuste kennis, waarin de wiskunde een plaats krijgt.

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre beleven leerlingen dan meer plezier aan wiskunde?

Dit onderzoek laat duidelijk zien dat leerlingen meer plezier beleven aan de lessen wiskunde. Het proefondervindelijk werken verlaagt de drempel naar de abstractie en maakt dat de wiskunde meer gaat leven. De aangereikte ervaring wordt door leerlingen samen gedeeld waarmee de emotionele betrokkenheid wordt vergroot. Niet alleen leerlingen vonden de lessen plezierig, ik ook. Er ontstond veel meer diepgang in de gesprekken over de leerdoelen. Het leek alsof er minder verplichting was en meer oprechte nieuwsgierigheid. Leerlingen wilden echt weten hoe iets werkt.

Dit onderzoek is echter niet te veralgemeniseren. Doordat ik als docent een voorliefde heb voor een breed perspectief, het maken, het onderzoeken, maakt dat dit onderwerp bij me past. Dit is niet voor alle docenten zo en voorwaarde voor succes is dat je er als docent ook echt in gelooft. Ik pleit voor meer diversiteit in de leerroutes van leerlingen. Dat ze kunnen kiezen op welke manier ze willen leren en bijvoorbeeld lessen bij verschillende docenten kunnen volgen.

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre voelen leerlingen zich beter in staat de wiskunde aan te kunnen?

In dit onderzoek heb ik naast de feitelijkheid ook de ervaring een plek gegeven. De wiskunde wordt vaak bestempeld als moeilijk, te abstract. Als maatschappij hebben we ons ook gericht op de feitelijkheid en daarmee verwaarloosd dat men ook vanuit de zintuigen leert. Ik denk dat hier veel winst te behalen is in het vertrouwen om wiskunde aan te kunnen. Door leerlingen een breder repertoire aan te bieden zal de wiskunde ook dichter bij andere vakken komen te staan, meer verweven raken. De literatuur staaft dat het hele lichaam betrokken is bij leren.

Het is moeilijk om conclusies te trekken of leerlingen met dit onderzoek ook beter leren, of hogere scores halen. Alleen op de lange termijn kun je hier iets over zeggen. Op het moment dat de drempel naar abstractie wordt verlaagd, leerlingen meer plezier hebben en meer betrokken zijn, zullen resultaten stijgen en hopelijk kennis ook langer beklijven. Ik raad aan de intuïtieve wiskunde in alle jaarlagen ruimte te geven. Voor een meer cijfermatig bewijs kunnen de resultaten gaandeweg worden vergeleken.

Dit onderzoek heeft me leerlingen gebracht die meer geïnteresseerd zijn in wiskunde A. Door naast het feitelijke ook het zintuigelijke een plek te geven is de wiskunde meer deel gaan uitmaken van de wereld om hen heen. De drempel naar abstractie is verlaagd, waardoor gesprekken over wiskunde meer diepgang konden krijgen. Ik hoop leerlingen te kunnen blijven boeien en een basis te vormen voor hun toekomst.

Bijlage: Product 1

Product 1 Intuïtieve wiskunde

Onderzoeksvraag: Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre bevordert dat de betrokkenheid?

Leerdoel: A3 (Wiskundige vaardigheden)
Ik kan met de GR grafieken tekenen en hun eigenschappen berekenen en vergelijkingen oplossen.

- Top, minimum en maximum
- Snijpunten
- Snijpunt met x-as
- Tabel

Inleiding:

Leerlingen kun je leren hoe ze een GR moeten bedienen, maar ze vinden het lastig om een juist window te kiezen waarop de essentie van de grafiek te zien is. Dit komt omdat ze onvoldoende kennis hebben van de basisvorm van wiskundige formules. Leerlingen hebben vorig jaar een achterstand opgelopen i.v.m. online lessen vanwege het Corona virus. Het is daarom aan te bevelen extra zorg aan de voorkennis te besteden.

Leerlingen van Havo 4, wiskunde A, krijgen voornamelijk met de volgende standaardformules te maken:

1. Lineaire formules: $y = ax + b$
2. Kwadratische formules: $y = ax^2 + bx + c$
3. Derdemacht formules: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$
4. Wortel formules: $y = \sqrt{ax + b}$
5. Exponentiele formules: $h = b.g^t$

Zoals beschreven in de theorie (Intuïtieve wiskunde) wil ik onderzoeken dat als je de fenomenologische ervaring toevoegt aan een situatie en daar de wiskunde aan koppelt:

- Raken leerlingen dan meer betrokken?
- Maakt dit de wiskunde voor leerlingen leuker?
- Voelen leerlingen zich beter in staat de wiskunde aan te kunnen?

Bij de vijf standaardformules beschrijf ik een realistische situatie. Ik laat leerlingen in groepjes de fenomenologische ervaring daarbij beschrijven aan de hand van vragen. Ze tekenen dan de grafiek bij de situatie, waarbij er aandacht besteed wordt aan de essentie (recht/gebogen, steil/vlak, max/min, snijpunten y- en x-as, etc.) van de grafiek en de benaming van de assen. Ze maken een voorspelling van de formule.

De kosten van een product

Je gaat onderzoeken welke kosten gemaakt worden bij bv. een balpen. Je mag ook een ander product kiezen. Dit doe je aan de hand van een aantal vragen.

1. Omschrijf in onderstaande tabel welke kosten er gemaakt worden bij jullie product.

Omschrijving product 1	Kosten per product	Eenmalige / jaarlijkse kosten
Totaal		

2. Bedenk of deze kosten eenmalig / jaarlijks zijn, of dat ze per product zijn. Maak een aanname van die kosten en noteer in bovenstaande tabel.
3. Hoe denk je dat een grafiek van de kosten eruit zal zien? Neem in je antwoord de volgende termen op: recht of gebogen, stijgend of dalend.

4. Kies een vergelijkbaar product waarvan de kosten anders zijn dan product 1. Vul die kosten in onderstaande tabel in.

Omschrijving product 2	Kosten per product	Eenmalige / jaarlijkse kosten
Totaal		

5. Hoe denk je dat de grafiek van product 2 zal verschillen van product 1? Neem in je antwoord de volgende termen op: steiler of vlakker, hoger of lager.

Lees verder

6. Welk product denk je dat er beter verkocht wordt? Leg uit waarom.

7. Bereken enkele kosten en teken de grafieken van product 1 en 2 in onderstaande assenstelsel. Neem op de verticale as de kosten en op de horizontale as de aantallen.

8. Beschrijf de volgende kenmerken van de twee grafieken:
Wat betekent het snijpunt met de verticale as?

9. Wat betekent een eventueel snijpunt?

10. Kun je een wiskundige formule bedenken bij de grafieken? Doe altijd een gok.

Einde

Schop die bal door de lucht!

We hebben allemaal wel eens een bal in de lucht geschopt, dus je weet hoe dat ongeveer gaat. Je hebt er misschien naar gekeken toen hij het doel in vloog, of gewoon zo hard mogelijk naar je broertje. We gaan de weg die een bal dan aflegt bestuderen aan de hand van de volgende vragen.

1. Beschrijf het verschil van de baan van een bal als je hard of zacht schopt. Maak van beiden een schets in dezelfde tekening hieronder.

2. Beschrijf het verschil van de baan van een bal als je in het begin meer omhoog richt. Maak er een schets van in dezelfde tekening als opdr. 1.

3. Beschrijf in woorden wat er gebeurt als je een bal recht omhoog schopt, beschrijf het begin, rondom het hoogste punt en de weg weer naar beneden. Neem in je antwoord de volgende termen op: snelheid en hoogte, snel of langzaam, stijgen of dalen.

Lees verder

4. Teken een grafiek van de bal, die is dus nauwkeuriger dan een schets. Zet erbij wat de assen voorstellen en benoem of je hard/zacht hebt geschopt, is de grafiek een rechte lijn of gebogen, is er een minimum of maximum en wat betekenen de snijpunten met de assen?

5. Doe een gok hoe de wiskundige formule zou kunnen zijn. Let op welke variabelen (bv. h=hoogte, t=tijd etc.) je gebruikt.

Einde

Stop voor het rode licht!

Er komt een auto aanrijden, hij remt voor een stoplicht en stopt uiteindelijk ook even, daarna trekt hij weer op. We gaan bekijken wat er gebeurt met de snelheid van een auto voor en na een stoplicht. Dit doe je aan de hand van een paar vragen.

1. Beschrijf hoe het gaat als er een auto aankomt rijden en hij remt af, wat gebeurt er dan met de snelheid? Verandert die snelheid geleidelijk of plotseling? Hoe gaat dat als de auto weer wegrijdt?

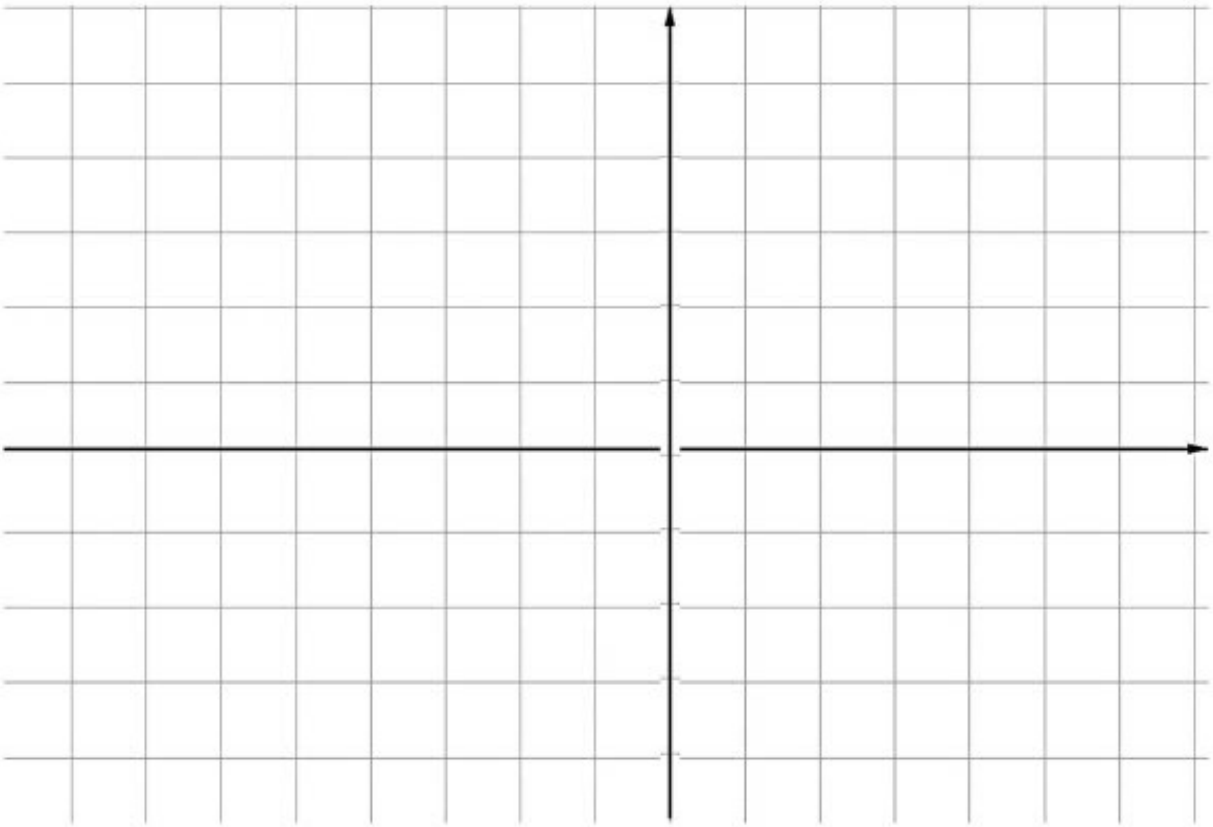
2. Beschrijf het verschil als de auto met hoge of lage **snelheid** aankomt rijden. Maak van beiden een schets in dezelfde tekening hieronder.

3. Wat gebeurt er als je kijkt naar de weg die de auto aflegt? Hij komt met hoge snelheid aanrijden, legt hij dan een grote of kleine afstand af? En hoe is dat als hij remt?

Lees verder

4. Teken een grafiek van de auto, zet op de verticale as de **afstand** die de auto aflegt, op de horizontale de **tijd**, met $t = -8$ op het moment dat de auto met hoge snelheid aan komt rijden. Met $t = 0$ op het moment dat de auto stilstaat, daarna trekt de auto weer op naar een hoge snelheid. Beschrijf of de grafiek een rechte lijn of gebogen, is er een minimum of maximum en wat betekenen de snijpunten met de assen?

Tijd	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Afstand									0								



5. Doe een gok hoe de wiskundige formule zou kunnen zijn. Let op welke variabelen (bv. a=afstand, t=tijd) je gebruikt.

Einde

Slingeren

Je hebt vast wel eens een ouderwetse slingerklok gezien. Jullie gaan onderzoeken , aan de hand van de slingertijd, wat je moet doen als zo'n klok te langzaam loopt.

De slingertijd meten we door de slinger 45 graden naar rechts te bewegen, vervolgens los te laten en tegelijkertijd de stopwatch op je telefoon in te schakelen. Neem de tijd dat de slinger 10 keer heen en weer is geweest. De slingertijd is die gemeten tijd gedeeld door 10.

1. Wat denken jullie, wordt de slingertijd langer of korter als je de lengte langer maakt?

2. Noteer de slingertijd van de verschillende lengtes in de tabel.

Lengte slinger	Slingertijd (sec)
10 cm	
20 cm	
30 cm	
40 cm	
50 cm	
60 cm	
70 cm	
80 cm	

3. Wat merk je op over de slingertijd van een korte of lange slinger.

4. Als je de grafiek zou tekenen van de slingertijd, zou de lijn dan recht of gebogen zijn, leg uit waarom.

Lees verder

5. Teken de grafiek van de slingertijd in onderstaande assenstelsel. Neem op de verticale as de slingertijd en op de horizontale as de lengte van de slinger.

6. Wat betekent het snijpunt met de assen?

7. Is er een maximum of minimum?

8. Doe een gok hoe de wiskundige formule zou kunnen zijn. Let op welke variabelen (bv. T=slingertijd en l=slingerlengte) je gebruikt.

Einde

Corona virus

Het Coronavirus is de hele wereld over gegaan. Er is sprake van een epidemie als het aantal besmette personen steeds toeneemt, dit kun je aangeven met een reproductiegetal (R). Stel het reproductiegetal is 2, dat betekent dat één besmet persoon binnen een tijdseenheid (bv. een dag of een week) 2 nieuwe personen besmet.
Jullie gaan onderzoeken wat een reproductiegetal inhoudt aan de hand van de onderstaande vragen.

1. Geef een reproductiegetal waarbij het aantal besmette personen toeneemt en een reproductiegetal waarbij het aantal besmette personen afneemt.

2. Bestaat er ook een negatief reproductiegetal? Leg ook waarom (niet).

3. Als het reproductiegetal zorgt voor een toename van het aantal besmette personen, wanneer stijgt het aantal besmette personen dan het meest, in het begin of later? Leg uit waarom.

Lees verder

Bijlage Product 2

Onderzoeksvraag: Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre bevordert dat de betrokkenheid?

Deelvragen:

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre beleven leerlingen dan meer plezier aan wiskunde?

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre voelen leerlingen zich beter in staat de wiskunde aan te kunnen?

Leerdoel: E3 (Data verwerken)
Ik kan data analyseren en kenmerken van een verdeling beschrijven. Ik ken de soorten verdelingskromme en hun bijbehorende kenmerken (uniform, links- en rechtsscheef, meertoppig en symmetrisch)

Inleiding:

Leerlingen hebben vaak geen helder beeld van de verschillende soorten verdelingen. Door leerlingen te laten werken met het bord van Galton, hoop ik de verschillende verdelingen tastbaar te maken.

Benodigdheden:

- Bord van Galton

Docent geeft zeer korte instructie over leerdoel. Benoemd wordt dat een verdelingskromme een verfijning van een histogram is.

Klassikaal worden de knikkers in de bak geworpen. De bak ligt hierbij niet scheef. Het vermoeden is dat er een normale verdeling zal ontstaan. Middels een onderwijs leergesprek wordt dit nagegaan. De volgende vragen kunnen aan bod komen:

- Waarom komen de meeste knikkers in het midden?
- Welke knikker is de mediaan?
- Waar is de modus?
- Wat zou je zien bij een grote standaardafwijking?
- Hoe zou je met deze bak een rechts-scheve verdeling kunnen krijgen?
- Dezelfde vraag voor tweetoppige of uniforme verdeling.

Leerlingen gaan zelf op zoek naar hoe de verdeling te manipuleren is, bv door de bak scheef te houden. Doordat de knikkers een voor een in de bak geworpen worden krijgen leerlingen een beeld bij de opbouw van een verdeling.

Bijlage Product 3

Product 3 Intuïtieve wiskunde

Onderzoeksvraag: Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre bevordert dat de betrokkenheid?

Deelvragen:

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre beleven leerlingen dan meer plezier aan wiskunde?

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre voelen leerlingen zich beter in staat de wiskunde aan te kunnen?

Leerdoel: E3 (Data verwerken)
Ik kan data analyseren en kenmerken van een verdeling beschrijven. Ik leer wat betrouwbaarheidsintervallen zijn en hoe je daarmee kunt rekenen.

Inleiding:

Leerlingen kunnen een aantal berekeningen goed uitvoeren, maar weten vaak niet wat de betekenis ervan is. Voorbeelden hiervan zijn de standaardafwijking, steekproefproportie en betrouwbaarheidsintervallen. Door leerlingen te laten werken met materiaal in de vorm van kiezels, waaruit ze zelf een steekproef nemen en analyseren, hoop ik de begrippen te verankeren.

Benodigdheden:

- Kiezels in verschillende maten, in grote bak.
- 5-7 Weegschalen
- Bakjes waarin kiezels bewaard worden

Docent geeft zeer korte instructie over leerdoel. Benoemd wordt dat steekproeven genomen worden in de hoop een voorspelling over de gehele “bevolking” te kunnen doen. 95%BI

Leerlingen werken in groepjes van ong. 3 personen. Ze worden één voor één naar voren geroepen om hun steekproef af te nemen. Er worden geen tips gegeven over hoe die het beste genomen kan worden. Leerlingen kunnen wel zien wat de eerste groep doet en daarop anticiperen. Vervolgens wordt hen gevraagd de steekproef te analyseren op gewicht. Wat is het gemiddelde gewicht, hoeveel stenen zijn gepakt. Hoe is het verdeeld, zijn er veel grote of kleine, of gelijk verdeeld? Deze gegevens zijn eerder verzameld van de gehele verzameling.

1000 stuks was 8,4 kg
180 vd. 510 was 5 gram of minder, wat neer komt op 35,3%
Sigma is te verwachten als 2,12%
95%BI [31,1 ; 39,5]

Steekproeven en Betrouwbaarheidsintervallen

1. Hoeveel stenen hebben jullie gepakt? …….
2. Wat is het gemiddelde gewicht? …….
3. Leg de stenen ongeveer op volgorde van grootte en vul onderstaande tabel in:

Gewicht (gram)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
aantal																				

Voor een fabrikant kan het interessant zijn te weten of er niet teveel hele kleine stenen in de zak zitten. We gaan kijken naar stenen die minder zijn dan 6 gram.

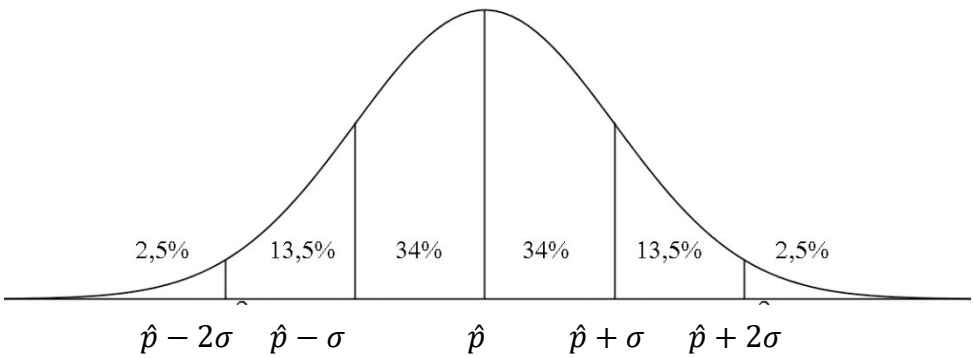
4. Hoeveel procent van jullie steekproef heeft een gewicht van minder dan 6 g.
   We noemen dit de steekproefproportie ($\hat{p}$).
   $$\hat{p} = \frac{aantal\ elementen\ met\ een\ bepaald\ kenmerk\ in\ steekproef}{totaal\ aantal\ elementen\ \ in\ steekproef} =$$
5. Denk je dat jullie steekproef vergelijkbaar is met de gehele verzameling? Leg uit waarom. Beschrijf in je antwoord hoe je de steekproef gepakt hebt (één voor één, een handvol, …)
6. Streep het foute antwoord door:
   Hoe groter de steekproef hoe **groter / kleiner** is de kans dat de steekproef op de gehele verzameling lijkt.

Neem je meerdere steekproeven uit eenzelfde populatie, dan zullen de steekproefproporties niet steeds hetzelfde zijn. Bij de ene steekproef kunnen meer zware stenen zitten dan bij de andere. De meeste steekproefproporties zullen in de buurt liggen van de populatieproportie, maar er zullen er ook zijn die er ver vanaf liggen. Steekproefproporties zijn bij benadering normaal verdeeld.

De standaardafwijking bereken je met de volgende formule: $\sigma = \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}}$

$\hat{p}$ is de steekproefproportie zoals berekend in vraag 4,

n is het aantal stenen van je steekproef.



7. Bereken de standaardafwijking en vul de onderstaande grafiek in. $\sigma = \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}} =$
8. Noteer jullie 95% Betrouwbaarheidsinterval $[\hat{p} - 2\sigma\ ;\ \hat{p} + 2\sigma]$=
9. Teken jullie interval op het bord onder de gegevens van de gehele populatie.

Bijlage Product 4

Onderzoeksvraag: Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre bevordert dat de betrokkenheid?

Deelvragen:

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre beleven leerlingen dan meer plezier aan wiskunde?

Als je Intuïtief leren inzet bij wiskunde A, Havo 4, in hoeverre voelen leerlingen zich beter in staat de wiskunde aan te kunnen?

Leerdoel: B3 (Telproblemen)

Ik kan verschillende soorten telproblemen oplossen passend bij de context. Ik ken de begrippen permutatie, faculteit en combinatie, weet wanneer ik die moet toepassen en hoe ik ze moet uitrekenen, ook met behulp van GR

Inleiding:

Leerlingen halen de begrippen permutatie en combinatie door de elkaar. Ook vinden ze opdrachten verwarrend met cijfercodes die groter of kleiner dan een bepaalde waarde moeten zijn. Het verschil tussen aantal en getalwaarde speelt daarbij een rol. Door leerlingen te laten werken met materiaal in de vorm van een kaartspel, hoop ik de begrippen permutatie en combinatie te verankeren.

Benodigdheden:

- 10 kaartspellen
- Kaarten voorzien van magneetstrip als ondersteuning bij het bespreken van opdrachten.

Docent laat filmpje zien als appetizer. De begrippen faculteit, Permutatie en Combinatie worden kort toegelicht. Vervolgens maken leerlingen het werkblad in groepjes van drie. Besproken wordt welke combinaties en permutaties gevonden zijn. De begrippen licht ik daarna nog eens toe, vervolgens twee opgaves samen maken.

Wie wil kan de les eindigen met een potje Toepen…

Toepen !

Jullie hebben net gezien dat je een stok kaarten op 52! (spreek uit 52 faculteit) manieren kunt sorteren. Nu gaan jullie verschillende manieren van rangschikken en combineren onderzoeken.

Opdracht 1 Combinaties

Pak uit je kaartenstok alle vier de Azen, schud deze en leg ze op een stapel. Pak er drie kaarten uit en noteer welke het zijn (bv ♣♥♦).

Schud de kaarten opnieuw en pak er weer drie kaarten uit. Heb je een zelfde **combinatie** kaarten gepakt of anders?

Bekijk samen op hoeveel manieren je een combinatie van drie kaarten uit de vier kaarten kunt samenstellen, noteer in de tabel.

Opdracht 1 Combinaties		

Opdracht 2 Permutaties		

Opdracht 2 Permutaties

Bij een kaartspel kan het verschil uitmaken welke kaart je als eerste of laatste oplegt. Denk aan **Toepen**, het gaat erom wie de laatste slag wint.
Pak uit je kaartenstok drie Harten kaarten met een cijfer erop, schud deze.

Leg de drie kaarten op volgorde van hoog naar laag en noteer ze.

Leg diezelfde kaarten nu op volgorde van laag naar hoog. Wat is het verschil met de eerste set?

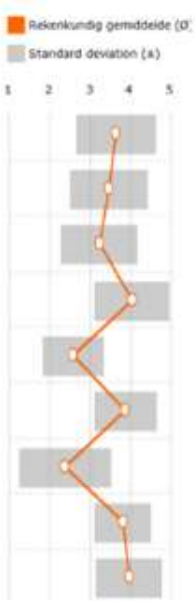
Onderzoek op hoeveel manieren je deze drie kaarten kunt rangschikken en noteer in de tabel.

Streep het foute antwoord door:
Bij **Combinaties** is volgorde **wel / niet** Belangrijk
Bij **Permutaties** is volgorde **wel / niet** Belangrijk

Wie heeft de meeste combinaties, of permutaties gevonden, oftewel...
wie Toept over?!

Bijlage dataverzameling Product 1

	Helemaal mee oneens (1)		mee oneens (2)		neutraal (3)		mee eens (4)		helemaal mee eens (5)			
	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Ø	±
Ik vond deze activiteit erg leuk om te doen.	1x	3,85	2x	7,69	6x	23,08	13x	50,00	4x	15,38	3,65	0,98
Ik was bekend met het onderwerp van mijn activiteit.	1x	3,85	3x	11,54	7x	26,92	13x	50,00	2x	7,69	3,46	0,95
Ik kon de activiteit gemakkelijk terugkoppelen aan de wiskundige formule.	1x	3,85	5x	19,23	8x	30,77	11x	42,31	1x	3,85	3,23	0,95
Ik zou meer van deze activiteiten in de les willen doen.	-	-	2x	7,69	4x	15,38	11x	42,31	9x	34,62	4,04	0,92
Ik vond het moeilijk om over het onderwerp van de activiteit na te denken.	1x	3,85	12x	46,15	10x	38,46	3x	11,54	-	-	2,58	0,76
Ik begreep de wiskunde na de activiteit beter dan ervoor.	-	-	2x	7,69	3x	11,54	17x	65,38	4x	15,38	3,88	0,77
Ik vind opgaven uit het boek leuker om te doen dan de activiteit over grafieken.	6x	23,08	10x	38,46	5x	19,23	4x	15,38	1x	3,85	2,38	1,13
Door over mijn onderwerp na te denken, kon ik de grafiek beter begrijpen.	-	-	-	-	9x	34,62	13x	50,00	4x	15,38	3,81	0,69
Ik onthoud een wiskundige formule beter als ik het aan een ervaring kan koppelen.	-	-	2x	7,69	3x	11,54	15x	57,69	6x	23,08	3,96	0,82



Bijlage dataverzameling Product 2 en 3

1. Wat vond je van de les waar we stenen hebben gebruikt en/of de les met de bak waar we balletjes in gooiden?	2. Waar ging de les met de stenen over?	3. Waar ging de les met de bak waar we balletjes in gooiden over?	4. Had je van te voren het gevoel dat je het SE goed ging maken?
leuk, een keer iets anders	iets met gemiddeldes enzo volgensmij	iets met kansen	ik ben altijd wat gespannen
leuk en leerde we ook van	met het gemidlde of iets	geen idee met steekproef	Ik was te laat begonnen met leren
ik vond het leuk en leerzaam	volgensmij was dat gemiddelde berekenen enzo	kansverdelingen	ja
Leuk en orgineel	Iets met gemiddeldes	Kansberekeningen	mwah
Heel leuk bedacht vond het een informatieve opdracht	Het gemiddelde van Stenen uitrekenen	kansbekekenen	vast wel
ik vond het leukere lessen dan de andere	over het gemiddelde van de stenen uitrekenen	volgensmij over wat de kans was waar het balletje in kwam dat hij vakerin het midden kwam dan aan de zijkanten	ik vond het moeilijk
veel leuker dan een som...	statistiek en steekproeven	normale verdeling	ja
ik vond het aan de ene kant wel leuke afwisseling. maar ik vond het eigenlijk wel een beetje onderbouw achtig.	gemiddelde en populatieproportie volgens mij	haha geen flauw idee meer	weet het niet
ik vond het een leerzame les en ik heb er goed van onthouden wat de rekentechnieken waren.	we moesten stenen wegen en op basis van een sheet bij de goede gewichtsklasse zetten.	het betrouwbaarhijdsinterval met uitschieters. hij meer naar het midden hoe vaker het voorkwam.	Nee
leuk, en leerzaam.	gemiddelde gewicht en populatie proportie.	kans berekenen?	Ja
leuk en tegelijkertijd leerzaam	de verdeling	verdelingskromme	altijd spannend
Leuk!	Over een verdeling	Over kans	5,5
ik vind het fijn als er zo les word gegeven	weet ik niet meer	volgens mij iets met grafieken	Ja
Fijn, omdat er een afwisseling was	Over de grootte van de stenen en de hoeveelheden, (ik ben vergeten hoe het heet)	Over verdelingen	Jawel
een leuke ervaring met anders saaie stof	over hoe je steekproeven kon gebruiken om een betrouwbaarheidspercentage te berekenen	om in de praktijk te laten zien hoe de grafiek tot stand komt	denk t
Leuk! Door met je handen met een onderwerp bezig te zijn ben je veel bewuster van wat je doet en onthoud je het beter, tenminste in mijn geval.	.	.	jahoor
goed.	Over het maken van een normale verdeling	hoe willekeurig getallen konden zijn.	yep
leerzame les	steekproefproportie	verdelingen	Ik weet dat nooit van te voren.
	72,2 % globaal leerdoel onthouden	66,7 % globaal leerdoel onthouden	

Bijlage dataverzameling Eerste les na SE

2. Waar ging de eerste les na het SE over?
Iets met kansen
H4
Haha online, wifi deed het niet
Verdelingen?
grafieken
wiskunde
Getallen en grafieken?
Kansen
Nummerplaten
Hoeveel mogelijkheden er zijn als je iets telt
?
algebra
Weet het echt niet meer
??
Was dat online? Geen idee
wiskunde
25 % globaal leerdoel onthouden

Bijlage: Scores SE

4ha1wisa

h	R	T1	T2	I		61 pnt.	1 T1 2	2 T1 2	3 T1 2	4 T2 4	5 T2 3	6 T1 1	7 T1 3	8 T1 4	9 T1 3	10 T1 3	11 T1 4	12 T1 3	13 T1 2	14 T1 1	15 T1 2	16 T1 3	17 T1 3	18 T2 4	19 T2 3	20 T1 2	21 T1 1	22 T1 2	23 R 1	24 R 1	25 R 1	26 R 1	61 pnt.	QA Iln
5.6	✗	v	✗			31.5	1	2	2	0	1	0	3	3	3	2.5	2	2	1	0	1	2	3	0	0	0	1	2	0	0	0	0	31.5	
6.1	v	v	✗			34.5	2	2	2	0	0	0.5	3	4	3	3	0	2	0	1	1	2	3	0	0	1	0	2	0	1	1	1	34.5	
5.8	v	v	!			32.5	1	2	2	1	1	0	3	3	2.5	0	3	2	1	1	2	0	0	3	1	0	1	1	1	0	0	1	32.5	
5.9	v	v	✗			33.5	0	2	2	0	1	0	3	4	2	2.5	0	1	2	1	2	2.5	3	0	0	1.5	1	0	1	1	1	0	33.5	
7.2	!	v	v			42	1	2	2	4	3	1	2.5	2	3	2.5	3	1	2	0	1	3	3	0	2	0	1	2	1	0	0	0	42	
5.5	!	v	✗			30.5	1	2	2	1	0	0	3	3	3	0	2	2.5	1	1	1	2	3	0	0	0	0	2	0	0	0	1	30.5	
5.6	v	v	✗			31	1	0	1	0	1	0	3	4	3	2.5	2	1	2	1	1	2	2.5	0	0	0	0	2	0	0	1	1	31	
3.7	v	!	✗			18	2	1	0	0	0	0	1	2	3	1	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	1	1	18	
6.9	v	☺	!			40	1	2	2	3	0	1	3	4	3	3	4	3	1	0	2	3	0	0	0	0	1	2	1	0	0	1	40	
3.9	✗	!	✗			19.5	0	2	2	0	1	1	0	1	2.5	2.5	0	1	0	0	0	2.5	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0	19.5	
2.9	v	!	✗			13	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	13	
6.2	!	v	!			35	1	2	2	1	2.5	1	3	4	2.5	3	1	2	2	0	1	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	35	
4.8	v	!	✗			25.5	1	1	1	2	0	1	1	1	3	2.5	0	1	2	0	0	2	2	0	0	0	0	2	0	1	1	1	25.5	
7.1	v	v	!			41.5	2	1.5	1.5	2	0	0	2	2	2	2.5	4	1	2	0	2	3	3	2	2	2	0	2	1	1	0	1	41.5	
5.5	!	v	✗			30.5	0	2	2	0	2.5	1	3	2	1	2	2	2	1	1	1	2	3	0	0	0	0	2	0	1	0	0	30.5	
7.6	v	☺	!			45	2	0	1	2	0	1	3	4	3	2	3	3	2	1	2	3	3	2	2	0	1	2	1	0	1	1	45	
5.6	0.5	0.6	0.2			p:	0.6	0.8	0.8	0.3	0.3	0.5	0.8	0.7	0.8	0.7	0.4	0.6	0.7	0.5	0.6	0.7	0.7	0.1	0.1	0.1	0.4	0.8	0.4	0.4	0.4	0.6	31.5	
						p*	0.6 2:	0.8 2:	0.8 2:	0.4 2:	0.3 2:	0.6 2:	0.8 2:	0.8 2:	0.9 2:	0.8 2:	0.6 2:	0.6 2:	0.7 2:	0.6 2:	0.5 2:	0.8 2:	0.8 2:	0.3 2:	0.2 2:	0.2 2:	0.4 2:	0.8 2:	0.5 2:	0.4 2:	0.5 2:	0.7 2:		
							1 T1 2	2 T1 2	3 T1 2	4 T2 4	5 T2 3	6 T1 1	7 T1 3	8 T1 4	9 T1 3	10 T1 3	11 T1 4	12 T1 3	13 T1 2	14 T1 1	15 T1 2	16 T1 3	17 T1 3	18 T2 4	19 T2 3	20 T1 2	21 T1 1	22 T1 2	23 R 1	24 R 1	25 R 1	26 R 1		

4ha3wisa

h	R	T1	T2	I		61 pnt.	1 T1 2	2 T1 2	3 T1 2	4 T2 4	5 T2 3	6 T1 1	7 T1 3	8 T1 4	9 T1 3	10 T1 3	11 T1 4	12 T1 3	13 T1 2	14 T1 1	15 T1 2	16 T1 3	17 T1 3	18 T2 4	19 T2 3	20 T1 2	21 T1 1	22 T1 2	23 R 1	24 R 1	25 R 1	26 R 1	61 pnt.	QA Iln
7.3	☺	v	v			43	1	0	0	1	0	0.5	2	3	3	2.5	3	2	2	1	1	3	3	4	3	2	1	1	1	1	1	1	43	
6.5	v	v	!			37.5	1	2	2	3	1	0	3	3	3	2.5	3	1	2	1	1	1	1	0	1	1	1	2	1	0	0	1	37.5	
6.1	!	v	!			34.5	1	1.5	1.5	0	1	1	3	4	2.5	0	3	0	2	1	0	3	3	3	1	0	0	2	0	1	0	0	34.5	
5.9	✗	v	!			33.5	1	1	1.5	2	1	0.5	1	2	2.5	3	4	0	2	1	0	3	3	1	0	1	1	2	0	0	0	0	33.5	
7.2	v	☺	!			42	1	2	2	2	2	1	3	3.5	3	3	2	2.5	1	1	1	3	3	1	0	1	0	2	1	0	0	1	42	
7.3	☺	☺	!			43	2	2	1.5	3.5	1	1	3	3.5	3	3	3.5	1	2	1	1	2.5	2.5	0	0	0	0	2	1	1	1	1	43	
5.7	v	v	✗			32	0	1	2	1	1	1	3	3	3	0	3	1	0	1	2	3	2	0	0	1	0	1	1	1	0	1	32	
7.1	v	v	v			41.5	1	2	2	2	2	0.5	0	1	3	2.5	3.5	1	2	0	1	2	3	3	3	2	0	2	1	0	1	1	41.5	
8.0	☺	☺	v			47.5	1	2	2	1	1	0	3	4	3	3	4	2	1	1	1	2.5	3	2	3	2	0	2	1	1	1	1	47.5	
						0																											0	
7.3	v	v	v			43	1	2	2	4	0	1	3	4	1.5	2.5	1	2.5	2	1	0	3	2.5	4	1	1	1	1	1	0	1	0	43	
7.3	v	v	!			43	1	2	2	1	0	1	3	4	2	3	4	2	1	1	2	2	3	3	2	0	1	0	0	1	1	1	43	
5.2	!	v	✗			28.5	2	2	2	1	1	0	2	2	3	3	2	1	2	1	0	0.5	1	0	0	0	0	2	0	0	0	1	28.5	
5.4	!	v	!			30	0	2	2	1	2.5	1	3	3	2.5	3	2	3	0	1	0	0	2	0	0	0	0	1	0	0	1	0	30	
						0																											0	
6.5	✗	v	!			37.5	0	1	1	1	0	0	3	4	3	3	4	1	2	1	1.5	3	2	4	1	0	0	2	0	0	0	0	37.5	
6.3	v	v	!			36	1	1.5	1.5	0	1	1	3	3	3	2	2	3	0	0	1	2	3	3	0	0	1	2	1	0	0	1	36	
7.7	!	☺	v			45.5	2	2	2	0	2.5	1	3	3	3	2.5	3	2	2	1	1	3	2.5	4	3	0	0	2	0	0	0	1	45.5	
5.2	!	v	!			28.5	1	1	1	3	1	0	2	2	2.5	0	2	1	1	0	1	2	3	2	0	0	0	2	0	0	0	1	28.5	
6.5	v	v	!			37	0	2	2	1	1	1	3	4	1.5	3	2	2.5	0	0	2	2	3	1	0	2	0	2	1	0	1	0	37	
5.4	✗	v	✗			29.5	1	1.5	1.5	1	0	0	2	4	3	2	3	1	1	0.5	0	2	3	0	1	0	0	2	0	0	0	0	29.5	
4.4	v	!	✗			23	0	1	0.5	0	0	1	1	1	0	3	4	1	2	0	0	2.5	1	0	0	0	0	2	1	0	1	1	23	
6.4	0.5	0.7	0.4			p:	0.5	0.8	0.8	0.4	0.3	0.6	0.8	0.8	0.9	0.8	0.7	0.5	0.7	0.7	0.4	0.8	0.8	0.4	0.3	0.3	0.3	0.8	0.6	0.3	0.5	0.7	36.8	
						p*	0.6 2:	0.8 2:	0.8 2:	0.4 2:	0.3 2:	0.6 2:	0.8 2:	0.8 2:	0.9 2:	0.8 2:	0.6 2:	0.6 2:	0.7 2:	0.6 2:	0.5 2:	0.8 2:	0.8 2:	0.3 2:	0.2 2:	0.2 2:	0.4 2:	0.8 2:	0.5 2:	0.4 2:	0.5 2:	0.7 2:		
							1 T1 2	2 T1 2	3 T1 2	4 T2 4	5 T2 3	6 T1 1	7 T1 3	8 T1 4	9 T1 3	10 T1 3	11 T1 4	12 T1 3	13 T1 2	14 T1 1	15 T1 2	16 T1 3	17 T1 3	18 T2 4	19 T2 3	20 T1 2	21 T1 1	22 T1 2	23 R 1	24 R 1	25 R 1	26 R 1		

4ha2wisa (parallelklas)

h	R	T1	T2	I		- +	61 pnt.	1 T1 2	2 T1 2	3 T1 2	4 T2 4	5 T2 3	6 T1 1	7 T1 3	8 T1 4	9 T1 3	10 T1 3	11 T1 4	12 T1 3	13 T1 2	14 T1 1	15 T1 2	16 T1 3	17 T1 3	18 T2 4	19 T2 3	20 T1 2	21 T1 1	22 T1 2	23 R 1	24 R 1	25 R 1	26 R 1	61 pnt.	QA lln
5.0	×	v	×		☑	- +	27	0	1	2	0	1	0	2	4	2	2.5	2	1.5	1	1	0	3	3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	27	
9.2	v	☺	☺		☑	- +	55.5	0	2	2	4	3	1	3	4	3	3	4	1.5	1	1	2	3	3	4	3	2	1	2	1	1	0	1	55.5	
6.8	v	v	!		☑	- +	39	0	2	1.5	0	2	0	2	3	3	2.5	3	2	2	1	1	3	3	2	2	0	0	2	1	1	0	0	39	
8.0	v	☺	v		☑	- +	47.5	2	2	2	2	0	0	3	4	3	2	4	2.5	1	1	2	3	3	4	3	0	0	2	1	0	0	1	47.5	
4.8	v	v	×		☑	- +	25.5	2	2	2	0	1	0	1	0	0	0	4	1.5	2	1	0	2	2	1	0	0	0	2	0	1	1	0	25.5	
7.6	v	v	v		☑	- +	45	1	2	2	3	3	0	2	4	3	2.5	2	1.5	1	1	2	3	3	2	2	0	1	2	1	1	0	0	45	
5.5	v	v	×		☑	- +	30.5	0	2	2	0	1	1	2	3	3	3	3	0	1	0	0	2	2.5	0	0	0	1	2	1	0	0	1	30.5	
7.5	!	v	v		☑	- +	44	1	1	1	0	2	1	3	4	2.5	3	3	2.5	2	0	2	3	3	4	3	0	0	2	0	1	0	0	44	
3.4	!	!	×		☑	- +	16	1	2	2	0	0	0	0	0	1	2	2	2	2	0	0	0	N	N	N	0	0	1	0	1	0	0	16	
4.6	v	v	×		☑	- +	24.5	0	2	2	0	0	0	1	3	2	2	0	0	2	0	0	3	2.5	0	0	0	1	2	1	0	0	1	24.5	
7.7	!	v	v		☑	- +	45.5	1	2	2	3	2	1	2	4	3	3	4	1.5	0	1	2	3	2	3	3	0	0	2	0	0	0	1	45.5	
5.3	v	v	×		☑	- +	29	0	2	2	1	0	1	2.5	1.5	3	3	1	1	2	1	0	3	0	0	0	0	1	2	0	0	1	1	29	
6.8	!	v	v		☑	- +	39.5	2	1	1	0	1	1	3	1	2	3	4	1.5	0	1	2	3	2	4	3	1	0	2	0	0	1	0	39.5	
3.4	!	!	×		☑	- +	16.5	0	2	2	0	0	0	1	0	1.5	2.5	1	1.5	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2	0	0	0	1	16.5	
4.9	v	!	!		☑	- +	26.5	0	1	2	0	0	0	1	0	2	2	0	1	2	0	0	3	3	3	1.5	0	1	2	0	1	0	1	26.5	
6.3	v	v	!		☑	- +	36	0	2	2	2	3	1	3	3	2	3	0	3	2	0	0	3	2	0	0	0	1	2	0	1	1	0	36	
7.0	v	☺	!		☑	- +	41	1	2	2	3	0	1	3	4	3	2.5	3.5	1	2	0	1.5	3	3	0	1.5	1	1	0	1	1	0	0	41	
7.3	v	v	v		☑	- +	42.5	1	2	2	0	0	1	1	4	2	3	4	1.5	2	0	0	3	3	4	3	0	1	2	1	0	1	1	42.5	
5.5	×	!	v		☑	- +	30.5	1	2	2	3	1	0	1	2	0	2.5	0	0	0	1	0	3	3	4	2	1	0	2	0	0	0	0	30.5	
6.9	v	v	v		☑	- +	40	1	2	2	1	1	0	3	3	2	0	2	0	2	1	2	3	3	4	2	1	0	2	0	1	1	1	40	
6.8	v	v	v		☑	- +	39.5	0	2	2	1	0	1	3	4	3	3	1	1.5	1	0	1	3	3	4	3	0	0	1	0	1	0	1	39.5	
6.3	!	v	v		☑	- +	36	0	2	1	0	0	1	3	4	3	3	3	0	2	0	2	2	0	4	3	1	0	1	0	0	0	1	36	
6.5	v	v	v		☑	- +	37.5	1	2	2	0	3	1	3	3	3	2.5	0	0	2	1	0	2	3	4	0	0	0	2	1	1	0	1	37.5	
					☐	- +	0																										0	
6.6	!	v	v		☑	- +	38	0	2	2	1	0	0	2	4	2	2.5	1	1.5	2	1	2	2	2	4	3	1	0	2	0	0	0	1	38	
					☐	- +	0																										0	
5.4	!	v	!		☑	- +	29.5	0	2	2	1	0	1	2	4	2	2.5	1	0	1	0	1	2	3	3	0	0	0	1	0	0	0	1	29.5	
6.0	v	v	!		☑	- +	34	2	2	1	0	1	0	3	2	3	0	2	0	0	1	1	3	3	2	3	1	0	2	1	0	0	1	34	
5.9	v	v	!		☑	- +	33	1	2	2	3	0	1	3	0	2	2	0	0	1	1	0	3	3	2	1	2	0	2	0	1	0	1	33	
7.2	v	v	!		☑	- +	42	1	2	2	1	0	0	3	3	2	2.5	4	1.5	1	0	2	3	3	4	0	2	0	2	1	1	0	1	42	
5.9	!	v	v		☑	- +	33.5	1	2	2	0	0	0	1	4	0	2	2	1.5	0	0	2	2	2	4	3	2	0	2	0	0	1	0	33.5	
6.2	0.4	0.7	0.4				p:	0.3	0.9	0.9	0.3	0.3	0.5	0.7	0.7	0.7	0.8	0.5	0.4	0.7	0.5	0.5	0.9	0.8	0.6	0.5	0.3	0.3	0.9	0.4	0.5	0.2	0.6	35.3	
							p*	0.4 2:	0.9 2:	0.9 2:	0.4 2:	0.3 2:	0.6 2:	0.8 2:	0.8 2:	0.8 2:	0.8 2:	0.6 2:	0.5 2:	0.7 2:	0.6 2:	0.5 2:	0.9 2:	0.8 2:	0.5 2:	0.4 2:	0.3 2:	0.3 2:	0.9 2:	0.5 2:	0.4 2:	0.4 2:	0.7 2:		
								1 T1 2	2 T1 2	3 T1 2	4 T2 4	5 T2 3	6 T1 1	7 T1 3	8 T1 4	9 T1 3	10 T1 3	11 T1 4	12 T1 3	13 T1 2	14 T1 1	15 T1 2	16 T1 3	17 T1 3	18 T2 4	19 T2 3	20 T1 2	21 T1 1	22 T1 2	23 R 1	24 R 1	25 R 1	26 R 1		

Literatuurlijst

Alibali, M. W., and Nathan, M. J. (2012). Embodiment in mathematics teaching and learning: evidence from learners' and teachers' gestures. *Journal of the Learning Sciences*, *21*(2), 247–286. doi:10.1080/10508406.2011.611446

Cohen, J. (1992). A power primer, *Psychological Bulletin*, 112 (1), 155-159.

Conley, D. T., & French, E. M. (2013). Student Ownership of Learning as a Key Component of College Readiness. *American Behavioral Scientist*, *58*, 1018–1034. doi:10.1177/0002764213515232.

Dreyfus, H. L., & Athanasiou, T. (1988). *Mind Over Machine*, Amsterdam: Amsterdam University Press.

Dreyfus, H. L., & Wrathall, M. A. (2006). *A Companion to Phenomenology and Existentialism*. West Sussex: Blackwell Publishing Ltd, pp. 9 –10.

Drijvers, P. (2020). Gereedschap om wiskunde in de vingers te krijgen. *Freudenthal Instituut*, 2020(3), 152–155. Geraadpleegd op 30-3-2021, van http://www.nieuwarchief.nl/serie5/pdf/naw5-2020-21-3-152.pdf

Funstufffella. (2012, 6 november). *NL 9+ QI Card Shuffling - 52 Factorial* [Videobestand]. Geraadpleegd op 30-3-2021 van https://www.youtube.com/watch?v=SLIvwtIuC3Y

Hattie J. (2009). *Visible learning – A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London & New York: Routledge.

Hornstra, L., van der Veen, I.,& Peetsma, T. (2016). Motiverend lesgeven. *Universiteit Utrecht, Kohnstamm Instituut en Universiteit van Amsterdam*, 5–11. Geraadpleegd op 30-3-2021, van https://www.uu.nl/sites/default/files/motiverend_lesgeven_handleiding.pdf

Johnson, M. (1990). *The Body in the Mind: The Bodily Basis of Meaning, Imagination, and Reason* (1ste editie). Chicago: University of Chicago Press.

Johnson, M.L. (2002). *Architectuur en de belichaamde geest*. Oase 58, 74 - 93.

Kelder, J. (2020, 25 juli). *Krijg jij stress van rekenen? Misschien heb je wiskundeangst*. Geraadpleegd op 30-3-2021 van https://www.nporadio1.nl/dr-kelder-en-co/onderwerpen/62286-2020-07-25-krijg-jij-stress-van-rekenen-misschien-heb-je-wiskundeangst

Kirschner, P. A., Claessens, L., & Raaijmakers, S. (2018). *OP DE SCHOUDERS VAN REUZEN*. Meppel: Ten Brink Uitgevers.

Lindgren, R., & Johnson-Glenberg, M. (2013). Emboldened by Embodiment. *Educational Researcher*, *42*(8), 445–452. doi:10.3102/0013189x13511661

Luft, S. (2013). *Phänomenologie der Phänomenologie*. New York: Springer Publishing.

Maréchal-van Dijken, J., de Loor, O., Vliegenthart, M., & Sanders, M. (2012). Jongens... aan de slag! *APS*, 34 - 35. Geraadpleegd op 30-3-2021, van http://www.ottodeloor.nl/wp-content/uploads/2017/11/jongens-aan-de-slag.pdf

Martens, R. (2017). Evolutiepsychologie en de nieuwe oertijd. *OnderwijsInnovatie,* (3 september 2017), 11-14.

Marzano, R. J., & Pickering, D. J. (2017). *Betrokkenheid! - beknopte uitgave* (1ste editie). Vlissingen: Bazalt.

Merleau-Ponty, M. (2003). *De wereld waarnemen* (3e druk). Amsterdam: Boom uitgevers Amsterdam.

Merleau-Ponty, M. (2009). *Fenomenologie van de waarneming* (druk 2 editie). Amsterdam: Boom Uitgevers Amsterdam.

Polanyi, M. (1967). *The tacit dimension*. Garden City, N.Y.: Anchor Books.

Ryan, A. M., & Patrick, H. (2001). The Classroom Social Environment and Changes in Adolescents' Motivation and Engagement During Middle School. *American Educational Research Journal*, *38*(2), 437–460. doi:10.3102/00028312038002437

Schmitz, H. (1972). Uber leibliche Kommunikation. *Zeitschrift für klinische Psychologie und Psychotherapie*, 1972 (20), 4-32.

Slatman, J. (2003). Inleiding. In: M. Merleau-Ponty, *De wereld waarnemen* (vertaling van *Causeries 1948* door J. Slatman), Amsterdam: Boom, pp. 7-25, (tweede, ongewijzigde druk 2006)

TEDx Talks. (2015, 30 maart). *Curious Minds, Serious Play* [Videobestand]. Geraadpleegd op 30-3-2021 van https://www.youtube.com/watch?v=M85fPO23CM8

Volman, M. (2011). Kennis van betekenis: betrokkenheid als kwaliteit van leerprocessen en leerresultaten*. Universiteit van Amsterdam*. Geraadpleegd op 30-3-2021, van http://www.kohnstamminstituut.uva.nl/pdf_documenten /110617%20oratie%20Monique%20Volman.pdf